研究集会「非線形波動から可積分系へ 2022」

https://sites.google.com/view/nonlinearwaves2022/

日時：　2022 年 11 月 12 日（土）〜 13 日（日）

形態：　ハイブリッド（対面＋ Zoom によるオンライン配信）

対面会場：　久留米工業大学

〒830-0052 福岡県久留米市上津町２２２８－６６

プログラム (登壇者に○)

11 月 12 日（土）

Session 1:　（座長：丸野健一）

9:30–10:00　SIR ワクチン接種モデルの可積分性とその離散化
野邊厚（早稲田大学）

10:00–10:30　超離散ハフニアンの加法公式
長井秀友（東海大学）

10:30–10:40　休憩（10 分間）

Session 2:　（座長：長井秀友）

10:40–11:10　エルニーニョ・南方振動（ENSO）に対する遅延振動子モデルの
トロピカル差分化および超離散化について
○山本晃立（東京大学），大森祥輔（早稲田大学），山崎義弘（早稲田大学）

11:10–11:40　Border collision 分岐を有する超離散力学系について
○大森祥輔（早稲田大学），山崎義弘（早稲田大学）

11:40–13:00　休憩 (80 分間)

Session 3:　（座長：野邊厚）

13:00–13:30　A new $q = -1$ limit of Wilson's biorthogonal rational functions
○ Julien Gaboriaud（京都大学），辻本諭（京都大学）

13:30–14:00　例外型楕円双直交有理関数
辻本諭（京都大学）

14:00–14:10　休憩（10 分間）

Session 4:　（座長：辻本諭）

14:10–14:40　半離散方程式の対称性解析及びネーターの定理
彭林玉（慶応義塾大学）

14:40–15:10　Twisted Yangians and the nested Bethe ansatz
○ Allan John Gerrard（お茶の水女子大学），
Niall MacKay（Univ. of York），
Vidas Regelskis（Univ. of Hertfordshire and Vilnius Univ.）

15:10–15:30　休憩（20 分間）

Session 5:　（座長：西田優樹）

15:30–16:00　組合せ的対象における特徴量と符号付き全単射の両立条件及びその応用
井上卓哉（東京大学）

16:00–16:30　遅延ソリトン方程式の構成と遅延箱玉系
○中田健太（早稲田大学），根岸幹太（早稲田大学），丸野健一（早稲田大学）

11 月 13 日（日）

Session 6:　（座長：村田実貴生）

9:30–10:00　2+1 次元表面張力波における長波短波相互作用
○沢田陽宏（立教大学），筧三郎（立教大学），丸野健一（早稲田大学）

10:00–10:30　微分型非線形 Schrödinger 方程式のソリトン解と排他的確率過程の対応
○佐藤純（東京工芸大学），石黒裕樹（東京大学），西成活裕（東京大学）

10:30–11:00　N-量子ダークソリトン状態の構成法と安定性について
○石黒裕樹（東京大学），佐藤純（東京工芸大学），江崎貴裕（東京大学），
西成活裕（東京大学）

11:00–11:10　休憩 (10 分間)

Session 7:　（座長：佐藤純）

11:10–11:40　ナビエ–ストークス方程式の可積分系の観点からの離散化
村田実貴生（東京農工大学）

11:40–12:10　優対角 min-plus 行列の固有値理論に基づく上三角化とその交通流への応用
○西田優樹（東京理科大学），渡邉扇之介（福知山公立大学），渡邊芳英（同志社大学）

12:10–12:40　粒子系の 3 次元基本図について
○高橋大輔（早稲田大学），延東和茂（群馬高専），金井紗和（早稲田大学）

講演概要（講演順）

11 月 12 日

● **SIR ワクチン接種モデルの可積分性とその離散化（野邊厚）** ワクチン接種効果を取り入れた感染症数理モデルのひとつである SIR ワクチン接種モデル（SIRv モデル）は，SIR モデルと同様に非自明な非代数的保存量をもつ 2 次元可積分系であり，求積可能な第 1 種 Abel 方程式としての側面ももつ．本講演では SIRv モデルの保存量を保つ離散化を提案し，その性質について議論する．

● **超離散ハフニアンの加法公式（長井秀友）** パフィアンの定義において，符号部分をすべて正に置き換え，さらに超離散化したものを超離散ハフニアンという．超離散ハフニアンはその対称性の強さから，パフィアンが持つ恒等式や加法公式といったものは一般には満たさない．しかしある条件下においては類似した関係式を持つことがわかった．本講演ではその条件と関係式について紹介する．

● **エルニーニョ・南方振動（ENSO）に対する遅延振動子モデルのトロピカル差分化および超離散化について（山本晃立，大森祥輔，山崎義弘）** エルニーニョ・南方振動（ENSO）に対する数理モデルとして，時間遅れを含む 1 変数の非線形微分方程式が提唱されており，「遅延振動子モデル」と呼ばれている．時間遅れを仮定しなければ解は単調に固定点に向かうものの，有限の時間遅れのもとでは振動解をもつことが知られている．トロピカル差分化を行ったところ，時間遅れなしの条件下では，任意の時間刻みに対して元の微分方程式と同様に固定点に収束することが示された．講演では超離散化した方程式の解についても議論する．

● **Border collision 分岐を有する超離散力学系について（大森祥輔，山崎義弘）** Border collision 分岐 (BCB) は，区分的になめらかな力学系の分野でみられる代表的な分岐であり，ロバストなカオスを生成することでも知られる．本発表では，Sel’kov モデルの超離散方程式 (Y. Yamazaki and S. Ohmori, J. Phys. Soc. Jpn. 90, 103001 (2021)) や負のフィードバックを持つモデルの超離散方程式 (S. Gibo and H. Ito, J. Theor. Biol. 378, 89 (2015)) と BCB との関係性を議論する．特に，これらの超離散方程式が BCB の標準形で記述できることを示す．また，ロバストなカオスを生じるための条件も考察する．

● **A new $q = -1$ limit of Wilson’s biorthogonal rational functions（Julien Gaboriaud，辻本諭）** Quantum and q-integrable systems exhibit interesting features when q is a root of unity. We focus on the $q = -1$ limit; new related -1 biorthogonal rational functions are introduced and characterized.

● **例外型楕円双直交有理関数（辻本諭）** 楕円超幾何関数で表される楕円双直交有理関数の例外型拡張を導入する．一般化固有値問題の固有関数として特徴づけられる双直交有理関数系に対して，一般化された Darboux 変換の手続きを用いることで，有理関数の次数に飛びのある双直交有理関数系が得られることを示す．例外型 Askey-Wilson 多項式などへの退化についても紹介する予定である．

● **半離散方程式の対称性解析及びネーターの定理（彭林玉）** 物理システムにおいて，対称性は基本的な性質である．対称性解析を半離散方程式に拡張することは 1990 年代以来の難題だった．本講演では，こう言う難題をどう解決し，半離散方程式の対称性及びネーターの定理を紹介する．本講演内容の一部は Peter Hydon 氏 (University of Kent) との共同研究である．

● **Twisted Yangians and the nested Bethe ansatz（Allan John Gerrard，Niall MacKay，Vidas Regelskis）** Yangians are rational quantum groups which underpin many closed quantum spin chains. One may also define the twisted Yangian, which can be seen as the analogue of the Yangian for open spin chains. I would like to introduce the algebraic definition of these objects, and illustrate connections with the nested Bethe ansatz.

● **組合せ的対象における特徴量と符号付き全単射の両立条件及びその応用（井上卓哉）** 交代符号行列（ASM）とある種の平面分割（DPP）は共にランクの概念を持ち，同じランクのものが同数ずつ存在することが知られているが，明示的な全単射は得られていない．最近 Ilse Fischer らが符号付全単射を用いて DPP(n-1)xASM(n) と ASM(n-1)xDPP(n) の間の全単射を構成したものの，その構成は複雑で組合せ論的な意味は明瞭でない．一方で Philippe Di Francesco らによる，いくつかの特徴量を含めた数え上げの結果が知られている．符号付全単射と特徴量の両立条件を定式化して考察することで Fischer らの構成を簡単にすることができたのでその結果を紹介し，可積分系に関連する組合せ論全般への応用の可能性を議論する．

● **遅延ソリトン方程式の構成と遅延箱玉系（中田健太，根岸幹太，丸野健一）** 本講演ではまず，ソリトン方程式の可積分性を保ったままそれを遅延微分方程式へと拡張する方法について説明し，いくつかの具体例を提示する．その後，この方法で得られた遅延ソリトン方程式を超離散化することで，遅延箱玉系と呼ぶべきソリトンセルオートマトンを導出する．最後に，この遅延箱玉系のソリトンと時間発展則について論じる．

11 月 13 日

● **2+1 次元表面張力波における長波短波相互作用（沢田陽宏，筧三郎，丸野健一）** 船越・及川 (1983) は 2 層流体における長波短波相互作用を考察し，逓減摂動法によって 1+1 次元のソリトン方程式を導出した．これに対し末次・及川 (1995) は，1 層での表面張力波から同じ形の方程式を導いている．一方，及川・岡村・船越 (1989) は，2 層流体で横方向の効果を考えることで，2+1 次元の方程式を導出した．本研究では，表面張力波でも横方向の効果を加えると及川・岡村・船越の方程式が得られることを示す．

● **微分型非線形 Schrödinger 方程式のソリトン解と排他的確率過程の対応（佐藤純，石黒裕樹，西成活裕）** 1 次元格子を排他的粒子が左右に異なるレートで拡散する確率過程模型である非対称単純排他過程 (ASEP) と，微分型非線形 (Derivative Nonlinear) Schrodinger 方程式 (DNLS) の対応関係が示されている．本講演では，古典的 DNLS のソリトン解と，ASEP のダイナイクスの対応関係を議論する．

● ***N*-量子ダークソリトン状態の構成法と安定性について（石黒裕樹，佐藤純，江崎貴裕，西成活裕）** 量子可積分系において，古典ソリトン解と同等の性質を示す量子状態（量子ソリトン）の研究が盛んに行われている．我々は，Lieb-Liniger 模型の固有状態から N-量子ダークソリトン状態を構成する方法を新たに提案し，量子ダークソリトンの時間発展が古典ソリトンの様な振る舞いを示す事を明らかにした．本講演では，量子ダークソリトン状態の構成法を紹介し，量子ソリトンの安定性について議論する．

● **ナビエ–ストークス方程式の可積分系の観点からの離散化（村田実貴生）** バーガース方程式は 1 次元のナビエ–ストークス方程式において圧力を無視できる場合に相当し，拡散方程式からコール–ホップ変換によって得られることはよく知られている．バーガース方程式の離散化について既知の結果を見直し，従来知られている離散化とは異なる表示の離散方程式を紹介する．ナビエ–ストークス方程式についても適当な線形方程式と双線形形式からコール–ホップ変換によって導出できることを示し，その結果を利用した離散化を提案する．

● **優対角 min-plus 行列の固有値理論に基づく上三角化とその交通流への応用（西田優樹，渡邉扇之介，渡邉芳英）** Min-plus 正方行列は一般には固有値を 1 つしか持たない一方で，その固有多項式は行列の次元と同数の根を持つ．これらの固有値ではない根に対しても，固有ベクトルと類似の性質をもつベクトルを定義できる．本講演では行列が狭義優対角である場合に，固有ベクトルの類似物を用いた上三角化を提案する．さらに狭義優対角行列の場合と同様の変形が可能な行列クラスを定義する．またこれらの結果の交通流問題への応用

を述べる．

● **粒子系の 3 次元基本図について（高橋大輔，延東和茂，金井紗和）**複数の粒子が 1 次元離散空間中を時間発展則に従って移動する系は，ある粒子密度を境に移流パターンが大きく変わるという現象がしばしば観察される．このような相転移現象を定量的に表現する相図として，平均流量の粒子密度に対する依存関係をグラフで示したものが基本図である．したがって基本図は，流量と密度を用いて 2 次元曲線あるいは 2 次元領域として与えられる．ところが，系の状態から定まる密度以外の量を導入し，密度とその量によって平均流量を一意的に表す関係が複数の系で発見され，厳密な 3 次元の基本図を得ることに我々は成功した．講演では，このような 3 次元基本図を示す系について解説を行う．

(最終更新：2022 年 10 月 30 日)