研究集会「非線形波動と可積分系」

https://sites.google.com/view/nonlinearwaves2021

2021 年 11 月 6–7 日

開催場所：オンライン (Zoom)

プログラム（登壇者に下線）

11 月 6 日

13:00–13:30	単振り子の離散化 久野叶登（久留米工業大学） 松浦望（久留米工業大学）
13:30–14:00	楕円テータ函数を用いたカライドサイクルの明示公式の構成 鍛冶静雄（九州大学） 梶原健司（九州大学） 重富尚太（九州大学） 朴炯基（九州大学）
14:10–14:40	初期値一般の定数係数線型常差分及び微分方程式の一般解 渋川元樹（神戸大学）
14:40–15:10	N ソリトン解を持つ遅延ソリトン方程式の構成法 中田健太（早稲田大学） 丸野健一（早稲田大学）
15:20–15:50	パフィアン解を持つ Hungry Lotka-Volterra 型方程式のソリトン相互作用 志波直明（早稲田大学） 田中悠太 中田健太（早稲田大学） 丸野健一（早稲田大学）

11 月 7 日

9:00–9:30	可解 max-min 方程式の一般化について 北川宗詢（早稲田大学） 高橋大輔（早稲田大学）
9:30–10:00	一次元トロピカル差分方程式の力学的性質 大森祥輔（早稲田大学） 山崎義弘（早稲田大学）
10:10–10:40	トロピカル差分化された Selkov model とその超離散化された max-plus 方程式との関係について 大森祥輔（早稲田大学） 山崎義弘（早稲田大学）
10:40–11:10	粗視化遷移図による符号付き非線形バネ方程式の解析 礒島伸（法政大学） 鈴木清一朗（法政大学）
11:20–11:50	競争拡散方程式のセル・オートマトン化 村田実貴生（東京農工大学）
11:50–12:20	定常状態が導出可能な確率セルオートマトンの構成法 延東和茂（群馬工業高等専門学校）

講演概要

11 月 6 日

■単振り子の離散化（久野叶登、松浦望） よく知られているように, 単振り子の運動は微分方程式 $\phi''(t) = -\omega^2 \sin\phi(t)$ で表され, その解は例えばヤコビの楕円関数を用いて書くことができる. 本講演では, 単振り子の微分方程式の離散化として差分方程式 $h^{-2}(\tan(\phi_{n+1}/2 - \phi_n/2) - \tan(\phi_n/2 - \phi_{n-1}/2)) = -\omega^2 \sin\phi_n$ を提案し, この差分方程式の解と周期性について議論する.

■楕円テータ函数を用いたカライドサイクルの明示公式の構成（鍛冶静雄、梶原健司、重富尚太、朴炯基） カライドサイクル (kaleidocycle) と呼ばれる閉リンク機構がある. これは折り紙として表現でき, 1 自由度の可動性があることや, 複数の保存量を持つということなどが知られている. また, カライドサイクルの動きを torsion angle と segment length が一定の空間離散閉曲線の可積分変形としてモデル化するという先行研究も知られている. 本講演では, 楕円テータ函数を用いてカライドサイクルの明示公式を構成する.

■初期値一般の定数係数線型常差分及び微分方程式の一般解（渋川元樹） 完全斉次対称多項式を用いて, 初期値一般の定数係数線型常差分方程式の一般解の明示公式を与える. 更にその応用として, 初期値一般の定数係数線型常差分及び微分方程式の一般解の, 特性根を用いない明示公式を与える.

■N ソリトン解を持つ遅延ソリトン方程式の構成法（中田健太、丸野健一） 可積分な遅延微分方程式はこれまで様々な観点から研究されてきたが, 厳密解が構成できる遅延微分方程式の具体例は未だ少ない. 本講演では, N ソリトン解を持つ遅延半離散・遅延偏微分方程式を構成する方法を提示し, ロトカ・ヴォルテラ方程式, 戸田格子, サインゴルドン方程式, KdV 方程式などの既知のソリトン方程式の遅延化を提案する.

■パフィアン解を持つ Hungry Lotka-Volterra 型方程式のソリトン相互作用（志波直明、田中悠太、中田健太、丸野健一） 時間離散 Hungry Lotka-Volterra 型方程式と時間連続 Hungry Lotka-Volterra 型方程式を離散 BKP 方程式から導出する. さらに, それらのパフィアン解を導出してレギュラーなソリトン解を与え, ソリトン共鳴をはじめとする複雑なソリトン相互作用の詳細について報告する.

11 月 7 日

■可解 max-min 方程式の一般化について（北川宗詢、高橋大輔） max-min 方程式とは max 演算, min 演算そして共役演算によって記述される時間発展方程式の事であり, 特に一般時刻での値を項の数が多項式オーダーで表示できるものは可解 max-min 方程式と呼ばれている. Ikegami らは ECA をもとに可解 max-min 方程式の例を多数報告したが, それらは時間発展の際に参照する点が隣接点のみであった. 我々は一般の場合にも可解性が保たれる事を発見した.

■一次元トロピカル差分方程式の力学的性質（大森祥輔、山崎義弘） 一次元力学系における局所分岐の標準形は, トロピカル差分化を介して超離散化することで, 分岐構造をある程度保存したまま超離散方程式へ変換することが出来る (S. Ohmori and Y. Yamazaki, J. Math. Phys., 61 122702 (2020)). 本発表は一次元トロピカル差分方程式の力学的性質に着目し, 固定点の安定性や分岐について考察する. また, 得られた結果を用いて, 一次元力学系とそのトロピカル差分化を介した超離散方程式との力学的性質を比較する.

■トロピカル差分化された Selkov model とその超離散化された max-plus 方程式との関係について（大森祥輔、山崎義弘） 昨年度の「非線形波動から可積分系へ」では, 2 次元力学系でリミットサイクルを有する Selkov model に対する超離散化を行い, 得られた max-plus 方程式も同様にリミットサイクルを有することを報告した. この結果を踏まえ, 今年度はトロピカル差分化された Selkov model と超離散化によって得られた max-plus 方程式との関係について考察した結果を報告する. 特に, トロピカル差分化された式を前提にし

て, その差分式に含まれる時間刻みに相当するパラメータに着目し, ある極限では微分方程式で表される元の Selkov model が対応する一方, 別の極限では, 上述の max-plus 方程式が対応することを説明する.

■粗視化遷移図による符号付き非線形バネ方程式の解析（礒島伸、鈴木清一朗） 符号付き超離散硬性バネ方程式の初期値問題の解は, 漸近的周期解, 有限個の分岐パターンをもつ解, 無限個の分岐パターンをもつ解に分類されている. 本研究では, 解の時間発展を相平面上の領域から領域への対応と「粗視化」して再理解し, 分岐付きの状態遷移図にまとめる. これに基づき, 解の周期的構造や分岐構造の可視化, パラメータと初期値に対する解の分類の変化, 無限分岐パターンの系統的理解について議論する.

■競争拡散方程式のセル・オートマトン化（村田実貴生） 反応拡散方程式をセル・オートマトン化する方法として, 正値差分化と超離散化を利用する方法を講演者は提案した. 本講演では, この手法によって競争拡散方程式のセル・オートマトン化を行った結果について報告する. 得られたセル・オートマトンはグレイースコットモデルのセル・オートマトン化の一般化として提案した Max 型拡散セル・オートマトンの一つになる. 競争拡散方程式とそのセル・オートマトン化の解を比較し, 類似点や相違点について考察を行う.

■定常状態が導出可能な確率セルオートマトンの構成法（延東和茂） 定常状態が厳密に導出可能な確率セルオートマトンの中では, 最も基本的な 3 近傍系として確率バーガース CA が知られている. 一方で多近傍系に関しては, 系の数が指数的に増大することやそれぞれの系の挙動が複雑になることから, 定常状態が導出できる確率系を探索することは困難であった. そこで本講演では, 確率バーガース CA の拡張系を基に, 任意の近傍において確率系を構成し, それらの定常状態と保存量を具体的に構成する手法を紹介する.