

津田塾大学 数学・計算機科学研究所

## オンライン研究集会「非線形波動から可積分系へ」

所内世話人：永井敦（津田塾情報），中屋敷厚（津田塾数学）

世話人：笈三郎（立教大理），ウィロックス ラルフ（東大数理），  
辻本諭（京大情報）野邊厚（千葉大教育），前田一貴（福知山公立）

### プログラム

11月7日(土)

10:00 - 10:10 はじめに

10:20 - 11:10 ウィロックス ラルフ (東京大学)

「Human and Nature Dynamics Model」の離散化と超離散化 — 新たな挑戦とモデル化の限界

本公演の前半では、可積分系という分野が生み出した概念やテクニックに基づき、一般の連続的な数理モデルにも適用できる離散化・超離散化手法を紹介する。後半では、Motesharrei et al. が2014年に社会崩壊のモデルとして提唱したモデル [MRK2014] を再考し、もっと一般的な現象を記述するモデルの新しい離散化手法を紹介する [GWS2020].

[MRK2014] S. Motesharrei, J. Rivas & E. Kalnay, “Human and nature dynamics (HANDY): Modeling inequality and use of resources in the collapse or sustainability of societies”, *Ecological Economics*, 2014, Vol. 101, pp. 90-102.

[GWS2020] B. Grammaticos, R. Willox & J. Satsuma, “Revisiting the human and nature dynamics model”, *Regular and Chaotic Dynamics*, 2020, Vol. 25, No. 2, pp. 178-198.

11:30 - 12:20 小林克樹 (京都大学) 超離散可積分系による Smith 標準形の計算

Smith 標準形とは単項イデアル整域上の行列 (特に整数行列) に対して定まる標準形であり、数論やホモロジー群の計算などに多くの応用がある。本講演では、超離散戸田方程式を用いて二重対角行列の Smith 標準形を計算できることを示す。さらに、Faybusovich と Gekhtman により導入された (離散) 基本戸田軌道と呼ばれる可積分系の族に対して、同様の議論が可能であることを紹介する。

14:10 - 15:00 高橋大輔 (早稲田大学) 箱玉系は動いているか

箱玉系の最も単純な構成が報告されたのは1990年であり、以来、超離散化と Max-Plus 代数を基本にいろいろな研究がなされてきた。私の周辺を中心に、これまでの流れを振り返り、今後についても触れてみたい。

15:30 - 17:30 ポスターセッション

P1 志波直明 (早稲田大学) Pfaffian 解を持つ Hungry Lotka-Volterra 型方程式

P2 丸野健一 (早稲田大学) 一般的な境界条件での自己適合移動格子スキーム

P3 大森祥輔 (早稲田大学) 超離散方程式におけるホップ分岐

P4 西田優樹 (同志社大学) 完全 1 次保存する 3 値 3 近傍ファジーセルオートマトンの収束性

P5 菅 雅文 (芝浦工業大学) 番号付き箱玉系のソーティング条件

P6 山田弘樹 (芝浦工業大学) 畳込みニューラルネットワークを用いた ECA のクラス分け

P7 飯野寛大 (東京大学) 可積分な場合の Hénon-Heiles 系の離散化

P8 酒井一馬 (東京大学) 血管内皮細胞の動態モデルの 3 次元への拡張について

P9 井元隆史 (東京大学) 量子 XXZ 鎖に対する厳密な Bethe 量子数と Bethe 根

18:00 - 20:00 オンライン懇親会

11月8日(日)

10:00 - 10:50 福田亜希子 (芝浦工業大学) 相関付きランダムウォークから導かれる連続・離散・超離散方程式

拡散方程式に対するコール・ホップ変換によってバーガス方程式が得られることはよく知られている。さらに、これらの方程式とコール・ホップ変換の離散化および超離散化によって同様の関係が得られる。ここで、離散拡散方程式はランダムウォークの発展方程式と等価である。そこで本研究では、ランダムウォークの拡張として知られる相関付きランダムウォークから出発し、まずは、相関付きランダムウォークを表現する離散方程式に対する離散コール・ホップ変換を導入すると、離散バーガス方程式の拡張が得られることを示す。さらに、それらの連続極限や超離散化についても調べた結果を報告する。

11:10 - 12:00 井上歩 (津田塾大学) 結び目に付随する代数系「カンドル」と対称性

結び目理論は、位相幾何学の一分野であり、結ばれた紐(結び目)を直感に反しない同値関係で分類することを目標としている。結び目は3次元空間内の対象であるが、その影(図式)を考えることで、2次元空間の対象として扱うことができる。同値な結び目に対して図式は無数に考えられるが、それらは単純な3種類の変形(ライデマイスター変形)により互いに関連付けることができる。このライデマイスター変形を代数的に捉え、記述したものが、カンドルである。カンドルは結び目理論を動機として導入された代数系であるが、対称性を記述する言語としても非常に優れている。本講演では、このカンドルのアイデアを解説し、また対称性を記述する言語としての側面について紹介する。

14:00 - 14:50 高橋大介 (中央大学) ボース及びフェルミ凝縮体におけるソリトン励起とソリトン格子

Soliton excitations and soliton lattices in bosonic and fermionic condensates 概要物性物理学におけるボース凝縮体、フェルミ超流体及び超伝導体の密度変調相と孤立波の古典可積分系の技巧を用いた解析について最近の成果を紹介する。特に超固体やソリトン列車の上を伝播する孤立波や怪波、非従来フェルミ超流動系における自己無撞着ソリトン動力学を中心に議論する。またBCS-BECクロスオーバーへの拡張の試み、派生する水理学の問題への応用可能性についても論じたい。

15:10 - 16:00 武部尚志 (Higher School of Economics, Russia) 無分散可積分 hierarchy (概説)

無分散可積分 hierarchy は、KP hierarchy、戸田格子 hierarchy のような可積分 hierarchy の準古典近似として得られる可積分系である。九十年代には位相的弦理論や行列積分と結びついて研究され、さらにLaplacian growth problem や Loewner 方程式のような複素関数論の話題とも関係することが分かっている。本講演では主に無分散 KP hierarchy を例として、それがどのように KP hierarchy と結びついているか、Loewner 方程式がどのように関係するかを中心に解説したい。

Dispersionless integrable hierarchies are systems obtained as quasi-classical limits of integrable hierarchies like the KP hierarchy, the Toda lattice hierarchy and so on. In nineties they were studied in connection with the topological string theories and matrix integrals. It is also known that they are related to topics in complex analysis, such as the Laplacian growth problem or the Loewner type equations. In this talk, using the dispersionless KP hierarchy as a main example, I would like to explain how it is connected to the KP hierarchy and how it is related to the Loewner equation.