

平成 23 年度 九州大学応用力学研究所 共同利用研究集会  
「非線形波動研究の進展 —現象と数理の相互作用—」

講演の概要

10月27日(木)

岩尾慎介(立教大学), 増田哲(青山学院大学)

二項係数と Sierpinski 三角形

よく知られているように, Pascal の三角形を 2 を法として読み換えると, フラクタル図形のひとつである Sierpinski 三角形が得られる. 本講演では, 任意の素数べき  $p^q$  を法とした Pascal の三角形を考察し, そのハウスドルフ次元が  $\log p(p+1)/2 \log p$  であることを示す.

村田実貴生(青山学院大学)

超離散反応拡散系

我々は微分方程式に対して超離散化を行う系統的な方法を確立した. その方法は 1 階の微分方程式や反応拡散方程式に適用できるものである. 今回は 1 成分の反応拡散系として知られている Allen-Cahn 方程式について, その手法で得られる方程式とその定常解や進行波解などの厳密解について報告する. また, 可能であれば 2 成分系についても言及したい.

池上貴俊(早稲田大学), 高橋大輔(早稲田大学), 松木平淳太(龍谷大学)

Max-min 束と ECA

今まで ECA の時間発展則を max-plus 表現によって表記し, 解析してきた. ところが, 解けたルールにおいては max と + でなく, max と min を基本演算とした構造でまとめられることがわかった. 講演ではこの束と呼ばれる構造の定義, および ECA への通用について述べる.

丸野健一(The University of Texas-Pan American)

【特別講演】浅水域における 2 次元弱非線形孤立波の相互作用の解析: Mach 反射における Benney-Luke 方程式と KP 方程式

2 次元孤立波の相互作用の研究は, 様々な物理現象に関連して, 種々の解析的, 数値的方法を用いて研究されてきた. 弱非線形性・弱 2 次元性の仮定の下, 浅水域における流体波の方程式, または, イオンプラズマ音波の方程式から KP(Kadomtsev-Petviashvili)方程式が導出されたが, その KP 方程式は可積分系であり, 可積分系研究において重要な役割を果たしてきた.

近年, 児玉と Chakravarty により KP 方程式のソリトン解の分類が成され, 様々なソリトン相互作用を示す厳密解が見つかった. KP 方程式は流体波の方程式から弱非線形性・弱 2 次元性の仮定の下に導出されるため, これらの厳密解が実際の流体の孤立波相互作用をどの程度まで記述できるかを調べる事が必要である. より現実に近いモデル方程式のひとつとして, 弱非線形近似ではあるが回転対称性を持つ Benney-Luke 方程式が考えられている. しかしながら, この方程式は非可積分であり, 可積分系理論を, 直接適用することはできない.

本講演では、Benney-Luke 方程式の孤立波相互作用を調べるための手法を解説し、それによって得られる結果を報告する。解析手法は広田の方法と摂動法を基本にしたもので、これを用いて Benney-Luke 方程式の (近似的) 2 ソリトン解の具体的な表示を求め、孤立波が壁に対し斜め入射して起こる Mach 反射の問題を考える。この解から入射角に対し異なった相互作用パターンが得られ、その臨界角度を求める。次に、Benney-Luke 方程式の直接数値計算を行い、解析的に得られた臨界角度が数値的にも非常に良く一致する事を示す。この結果を KP 方程式の場合と比較し、KP 方程式の厳密解は実際の浅水域での Mach 反射における 2 次元弱非線形孤立波の相互作用を非常によく記述できることを示す。

本講演の内容は児玉裕治氏 (オハイオ州立大)、辻英一氏 (九大・応力研)、Baofeng Feng 氏(UTPA)との共同研究である。

伴貴彦 (大阪大学), 山田智博 (同志社大学), 高木洋平 (大阪大学), 岡野泰則 (大阪大学)

#### Korteweg 力によって発生する流体现象の実験的アプローチ

2 溶液の相互溶解過程で発生する Korteweg 力は、100 年以上前に理論的に予測されながら、包括的な実験例がほとんどなされていなかったが、我々は組成依存型の流動現象を実験的に実現することに成功した。

角島浩 (富山大学)

#### ソリトンの有効相互作用: ソリトン粒子力学の構築に向けて

ソリトン相互作用を記述する粒子力学にゲージ場的な相互作用を導入し、近似的に並進不変性を保たせることを試みる。

10月28日 (金)

松家敬介 (東京大学)

#### 離散半線形波動方程式の解の爆発に関する定理

非線形項が累乗関数の形をした非線形波動方程式の離散化を報告する。この離散方程式は元の偏微分方程式の解の爆発に対応した性質をもつ解が存在する。元の偏微分方程式が爆発解をもつ条件として空間次元に依存したものが知られており、その離散アナログが得られたことをあわせて報告する。

神吉雅崇 (東京大学), 時弘哲治 (東京大学), 間田潤 (日本大学)

#### Spiral な境界条件を持つ離散 KdV 方程式とその有限体上への拡張

本講演では、spiral と呼ばれる境界条件のもとで離散 KdV 方程式を考察する。まず保存量の構成方法を紹介し、それらが超離散化できることをみる。次に方程式を有限体上で取扱い、特殊な孤立波現象が観測されることを紹介する。

前田一貴 (京都大学), 辻本諭 (京都大学)

#### $R_{II}$ 格子と対応する箱玉系について

有限超離散戸田格子と箱玉系との対応関係が知られている。本講演では、直交多項式からの離散戸田格子の導出を一般化した、 $R_{II}$  多項式からの (減算のない)  $R_{II}$  格子の導出を考え、さらにこれを有限格子境界条件の下で超離散化することで得られる超離散系と、対応して現れる箱玉系について議論する。

竹内一将 (東京大学理学部)

**【特別講演】 界面成長とランダム行列の不思議な関係 ～液晶乱流が示す実験証拠～**

液晶乱流を舞台に、成長界面の揺らぎがランダム行列理論の様々な統計則に従うという実験結果を紹介する。数理モデルが示す固有値分布やエアリー過程が、スケール不変性のために成長界面の普遍的性質としてロバストに現れる様は極めて非自明である。

三村尚之 (青山学院大学), 薩摩順吉 (青山学院大学)

**線形化可能な超離散 QRT 系の厳密解と特異点閉じ込めテストについて**

保存量を持つ 2 階非線形差分方程式として、QRT 系がある。一方、超離散方程式の可積分性判定法として、超離散特異点閉じ込めテスト(uSC)が提案されている。本発表では、線形化可能な超離散 QRT 系の厳密解を構成し、uSC を適用した結果との関連について紹介する。

野邊厚 (千葉大学)

**超楕円曲線の加法と可積分系 一差分および超離散一**

周期戸田格子などの可積分系の時間発展は超楕円曲線のヤコビ多様体における平行移動 (=加法) であることが知られている。このような加法は超楕円曲線と適当な曲線との交叉を用いて実現できるため、可積分系を平面の写像力学系として解釈可能である。本講演では差分系と超離散系を比較しながらこれらについて議論する。

広田良吾 (早稲田大学名誉教授), 太田泰広 (神戸大学), 長井秀友 (早稲田大学)

**Periodic phase solitons: N-ソリトン解と超離散化**

周期的位相を持つソリトンを記述する双線形差分方程式の N-ソリトン解と超離散化を議論する。

10月29日 (土)

奈良崎史貴 (青山学院大学), 磯島伸 (青山学院大学), 薩摩順吉 (青山学院大学)

**符号付き超離散 Bessel 方程式とその特殊解について**

符号付き超離散化は符号が一定でない解を持つ差分方程式を超離散化する手法である。本講演では Bessel 方程式の符号付き超離散類似を提出し、その特殊解の構造を議論する。

松島正知 (同志社大学), 大宮眞弓 (同志社大学)

**Darboux 変換の一般化と準可換微分作用素**

Dirac 作用素と Schrodinger 作用素は Miura 変換で結びついているが、この事を用いて Dirac 作用素に関する準可換微分作用素環を構築し、定常 KdV 階層に関する Darboux 変換の一般化を得た。

關戸啓人(京都大学)

**離散可積分系と線形回帰モデルの D-optimal design**

回帰モデルが与えられたとき、最も精度よく推定できる説明変数の組を D-optimal design と呼ぶ。離散可積分系の時間発展が、回帰モデルにおいて事前情報を与えることに対応することを説明し、D-optimal design の構成法を述べる。

今村卓史（東京大学先端科学技術研究センター）

### 【特別講演】KPZ 普遍クラスにおける厳密解

KPZ 普遍クラスは界面成長等の非平衡系に現れ、その物理量(界面の高さ等)の揺らぎは、時間の  $1/3$  乗に比例するという特徴をもつ。この性質は普遍的で、さまざまな数理モデル(各種界面成長モデルや、ASEP などの粒子モデル、ランダム媒質中のポリマーのモデルなど)に現れる。Kardar, Parisi, Zhang は 1986 年に非線形の確率微分方程式(KPZ 方程式)を提唱し、上記の指数  $1/3$  等を解析的に導出した。

KPZ 普遍クラスの数理的な理解は最近急速な進展を見せている。2000 年に RSK 対応等の組み合わせ論的な手法を駆使して ASEP におけるカレント分布の厳密解が得られた。また 2010 年からは、KPZ 方程式の厳密解も得られ注目されている。これらの厳密解は Fredholm 行列式を用いて表わされ、長時間極限においてランダム行列理論における最大固有値分布(Tracy-Widom 分布)に等しくなる。また Painleve 方程式とも深く関連している。

本講演では、厳密解のアプローチに基づいた KPZ 普遍クラスの数理的な側面を、我々の最近の研究を中心としてご紹介する。

近藤弘一（同志社大学）

### 第 1 型および第 1 2 型 Sakaki-Kakei 方程式の自己準共役性と特殊解

Sakaki らにより提出された 2 次元非可逆離散方程式のうち第 1 および第 1 2 番目の方程式の解を導出する。保存量を求め 1 次元化する。ある初期条件においてレミニスケート関数による解を導出する。また、自己準共役性により別の初期条件における解を導出する。

鈴木貴雄(大阪市立大学)

### $q$ 離散ドリinfeldt・ソコロフ階層と $q$ パンルヴェ方程式

本講演では、A 型リー代数に付随するドリinfeldt・ソコロフ階層の  $q$  離散化について考察し、その相似簡約として神保・坂井による  $q$  パンルヴェ VI 方程式の高階化となる差分方程式系が導かれることを示す。

辻本諭（京都大学）、Luc Vinet, Alexei Zhedanov

### 古典直交多項式における Bannai-Ito 多項式について

Bannai-Ito 多項式の持つ古典性および Askey スキームにおける位置づけを明らかにした後、その他の古典直交多項式と異なる固有の性質について、代数的な観点から議論する。

## ポスターセッション

1. 白瀬裕己（三菱 UFJ 信託銀行）、磯島伸（青山学院大学）、薩摩順吉（青山学院大学）

### 超離散系におけるカルマンフィルター

カルマンフィルターは、線形系の誤差を伴う観測量から実際の物理量を推定するアルゴリズムとして広く用いられている。本講演では、線形系と同様の考え方で超離散系（区分線形系）に対するカルマンフィルターを提案し、その性質や非線形問題への適用可能性を考察する。

2. 飛田明彦 (東京理科大学), 福田亜希子 (東京理科大学), 石渡恵美子 (東京理科大学), 岩崎雅史 (京都府立大学), 中村佳正 (京都大学)

#### 中心多様体理論を用いた積型離散ハングリーロトカ・ボルテラ系の局所解析

力学系の局所的な解挙動を調べる際, 中心多様体理論が有効である. 本発表では積型の離散ハングリーロトカ・ボルテラ系に対し中心多様体が存在することを示し, 収束の最終局面において, 解が平衡点に単調に近づくことを示す.

3. 濱洋輔 (東京理科大学), 福田亜希子 (東京理科大学), 石渡恵美子 (東京理科大学), 岩崎雅史 (京都府立大学), 山本有作 (神戸大学), 中村佳正 (京都大学)

#### シフト付き LR 変換に付随する離散ハングリー系について

非自励な離散ハングリー戸田方程式及び離散ハングリーロトカ・ボルテラ系に対し, シフト付き LR 変換との関連を明らかにすることで, ベックルント変換を導出する. さらに, 離散ハングリーロトカ・ボルテラ系における差分間隔がシフト量に対応することを示す.

4. 宇治野秀晃 (群馬工業高等専門学校), 矢嶋徹 (宇都宮大学), 小熊和仁 (東京大学)

#### s2s-OVCA の複数の渋滞が共存する定常解

超離散化された最適速度模型にスロースタート効果を取り入れた s2s-OVCA について, 同じ速度を持つ複数の渋滞が共存する定常解を構成する. また定常解がこの模型の基本図を再現することを示す.

5. 矢嶋徹 (宇都宮大学), 宇治野秀晃 (群馬工業高等専門学校), 小熊和仁 (東京大学)

#### s2s-OVCA の線形化連続極限の定常解と安定性

スロースタート効果を取り入れた最適速度 CA において, 各変数の時間発展が漸近安定なものであるかどうかを調べるため, 連続モデルとしての s2s-OV モデルを取り上げ, 線形化して定常解まわりの平面波状の摂動の振る舞いを調べる. この摂動が安定に伝わる場合と, 不安定成長が観察される場合とに分類し, 安定な解が存在する条件を検討する.

6. 戸田晃一 (富山県立大学), 澤渡信之 (東京理科大学), L. A. Ferreira (サンパウロ大学), Juha Jäykkä (University of Leeds)

#### A study of Hopfions and vortices in the extended Skyrme-Faddeev model

extended Skyrme-Faddeev (eSF) 模型のラグランジアン密度  $\mathcal{L}$  は

$$\mathcal{L} = M^2 \partial_\mu \vec{n} \cdot \partial^\mu \vec{n} - \frac{1}{e^2} \partial_\mu \vec{n} \wedge \partial_\nu \vec{n}^2 + \frac{\beta}{2} (\partial_\mu \vec{n} \cdot \partial^\mu \vec{n})^2 \text{ で与えられる.}$$

この eSK 模型がもつ Hopfion 解と渦解に対する厳密解析および数値解析の結果を報告する.

7. 上岡修平 (京都大学)

#### 離散可積分系による非交叉歩道の数え上げ

離散戸田方程式等の離散可積分系は, 直交多項式等の直交関数系や連分数との関係を通じて, 格子上的歩道 (径路) 等の組合せ論的対象の数え上げ問題に結び付く. 本講演では離散戸田方程式とその行列式解 (分子解) に着目し, それを用いて三角格子上的非交叉歩道 (non-intersecting walks) の数え上げ問題を解く.

8. 儀保伸吾 (九州大学)

**超離散化された線形波動方程式と戸田格子方程式**

線形波動方程式は音波や電磁波など多くの現象を記述するために重要な方程式である。本研究では、線形波動方程式の超離散化を試みた。また、得られた結果と戸田格子方程式との関係についても議論する。

9. 松島弘典 (同志社大学), 大宮眞弓 (同志社大学)

**口蹄疫伝染パターンと変形 SIR モデル**

口蹄疫の伝染パターンの数理モデルとして、インフルエンザの流行の数理モデルである SIR モデルを改良し、2010年に宮崎県内で流行した口蹄疫の実際のデータに限りなく近い変形 SIR モデルを構成した。

10. 伊藤栄明 (統計数理研究所)

**A combinatorial method for the vanishing of the Poisson brackets of an integrable Lotka-Volterra system**

The combinatorial method is useful to obtain conserved quantities for nonlinear integrable systems, as well as the Lax representation. Here we extend the combinatorial method and introduce an elementary geometry to show the vanishing of the Poisson brackets of the Hamiltonian structure for a Lotka-Volterra system of competing species.

11. 伊藤栄明 (統計数理研究所)

**Van der Pol equation for the oscillation of stock price by majority orienting traders**

We consider an interacting particle system for the stock price fluctuation. The change of the stock price with a feedback by the price gives the van der Pol equation as a deterministic approximation (H. Takahashi and Y. Itoh (2004)). Considering the investment position of each trader, we introduce the delayed van der Pol equation. The history of investment positions, for example sell or buy, of each trader for a stock makes a memory effect, which is modeled by using the time retardation (T. Yamashita and Y. Itoh (2007)).

12. 中田一紀 (九州大学 INAMORI Frontier Research Center)

**Bottom up and Top down design of ultra discrete Burgers cellular automata for simulating traffic flow**

We propose bottom up and top down design for digital VLSI implementation of multiple-value cellular automata for simulating traffic flow. Recently, a family of the Burgers cellular automata (BCA) has been extremely extended for modeling multi-lane traffic flow using the ultra discrete method. The family of BCAs is suitable for digital VLSI implementation because of the discreteness in time and space, and state values in addition to the logical update procedure represented as max and min operators. As a first step, we designed unit circuits for implementing the elementary BCA, and verified fundamental operation in networks with the circuit simulator SPICE. Based on the results, we discuss the bottom up and top down design for large-scale integrated circuit implementation of the family of BCAs.

13. 山本聖爾 (立教大学)

**(n+1, n)型分割に付随した Painleve 系**

分割 (n+1, n) に付随する A型 Drinfeld-Sokolov 階層の相似簡約によって一つの高階パルヴェ方程式系を得た。それは Fuji-Suzuki 系を退化したものであり、 $A_{2n}^{(1)}$ 型 affine Weyl 群対称性を持ち、一般合流超幾何関数を特殊解に持つ。

14. 大川豪 (立教大学), 笈三郎 (立教大学)

**区分線形型 FitzHugh-Nagumo 方程式の逆超離散化**

神経細胞のモデルである FitzHugh-Nagumo 方程式においては、非線形項の選び方いくつかのバリエーションがある。その1つである区分線形型非線形項の場合(McKean model)に対し、方程式の持つ定性的な性質を保つような逆超離散化を提案する。

15. 三澤彰宏 (立教大学), 笈三郎 (立教大学)

**連立 Euler-Poisson-Darboux 方程式の対称性**

いわゆる“Euler-Poisson-Darboux 方程式”が  $sl_2$  対称性を持つことは良く知られている。本研究では、1つの拡張として連立型 Euler-Poisson-Darboux 方程式を考察し、それが  $sl_2$  対称性を持つことを示す。また、連立型の場合の昇降作用素についても、具体的に構成できる。

16. 宮川文香 (立教大学)

**立体魔方陣と有限体**

白川俊博氏は、魔方陣に関する懸賞問題の1つである「積で成立する立体魔方陣で364未満の数からなるもの」という問いを、サイズ4に対して解いた。本研究では、白川氏の魔方陣の背後の幾何的構造について解析する。