

研究集会「非線形波動研究の現状と将来 - 次の10年への展望」  
口頭発表 講演要旨  
2009年11月19日(木) - 21日(土)

1. 題 目：帯行列の固有値を計算する離散可積分系について  
講演者：福田亜希子(東京理科大学), 石渡恵美子(東京理科大学), 山本有作(神戸大工), 岩崎雅史(京都府大生命環境), 中村佳正(京大情報)  
要 旨：離散可積分系として知られる離散ハングリーロトカ・ボルテラ系及び離散ハングリー戸田方程式の時間発展はあるクラスの行列の相似変形を与える。このことを利用した帯行列向けの固有値計算法について述べる。
2. 題 目：A completeness study on a class of Lax pairs  
講演者：Mike Hay(九大数理)  
要 旨：We find every Lax pair that can be written in a certain simple form. The Lax pairs are for two dimensional partial difference equations and consist of linear problems written in  $2 \times 2$  matrix form, with one term in each matrix entry. Two new systems are found which can be reduced to the lattice modified KdV equation or the lattice sine Gordon equation in special cases.
3. 題 目：取り扱いの難しい可積分方程式  
講演者：井ノ口順一(山形大理)  
要 旨：【特別講演】 p. 5 参照
4. 題 目：玉の種類一般、箱の種類一般、箱の容量一般の周期箱玉系の超離散テータ関数解  
講演者：岩尾慎介(東大数理)  
要 旨：一般化周期箱玉系(玉の種類一般、箱の種類一般、箱の容量一般)は、ある簡約された離散 KP 方程式の超離散化として得られる。逆散乱法によりこの離散方程式のテータ関数解を構成し、その超離散化として周期箱玉系の一般解を得る。
5. 題 目：特解を保つ重力3体問題の差分化  
講演者：峯崎征隆(徳島文理大)  
要 旨：制限, 一般3体問題を拘束力学系と見なし, 全保存型差分法を適用することで差分化を行う。得られた差分系は以下の3つの条件を満足する:(i) 全ての保存量を保つ, (ii) 特異点消去することによって, 数値計算誤差の増大を防ぐ, (iii) 力学的安定領域境界付近での解軌道を再現する。

6. 題 目：跡公式と定常 KdV 階層の完全積分可能性  
 講演者：松島正知（同志社大工），大宮眞弓（同志社大生命医科）  
 要 旨：2 階線形常微分作用素には一連の跡公式が成立するが、無反射や有限帯の場合には、それらは統一的な表示式となり、それから自然に定常 KdV 階層が導かれ、その完全積分可能性も完全な代数的方法で示すことができる。
7. 題 目： $A_4$  型アフィンワイル群対称性を持つ  $q$ -パルルヴェ方程式  
 講演者：中園信孝（九大数理），西岡斉治（東大数理）  
 要 旨：本研究では、 $A_4$  型アフィンワイル群に同型な双有理変換から得られる 2 つの  $q$  差分パルルヴェ方程式の代数解や連続極限などについて報告する。
8. 題 目：対数的時間発展による非線形 Schrödinger 階層と Ablowitz-Ladik 階層の拡張  
 講演者：高崎金久（京大人間環境）  
 要 旨：2 次元球面の量子コホモロジーの研究の副産物として、通常の 1 次元戸田階層に「対数的」時間発展を加えた「拡張戸田階層」が知られている。これを非線形 Schrödinger 階層の言葉に翻訳したものはいわゆる「1+2 次元拡張」とよく似た構造をもつ。さらに Ablowitz-Ladik 階層に対しても同様の拡張が構成される。
9. 題 目：連立非分散方程式の有効ポテンシャル  
 講演者：角畠浩（富山大工），紺野公明（日大理工）  
 要 旨：連立非分散方程式のソリトン間に働く有効相互作用の有効ポテンシャルを、two-soliton 解から求め、ソリトンの有効相互作用を考察する。
10. 題 目：細長い容器内の二層流体のファラデー波の励起と共鳴  
 講演者：船越満明（京大情報），田村桂太（京大情報）  
 要 旨：流体を入れた容器を鉛直方向に加振するときにパラメータ共鳴によって生じる波は通常ファラデー波と呼ばれる。本講演では、容器が細長く流体が自由表面を持つ二層流体である場合を考え、ファラデー波の励起や共鳴を記述するモデル方程式とその解について述べる。
11. 題 目：一般化 BKP 差分方程式のバックルンド変換  
 講演者：広田良吾（早大名誉教授）  
 要 旨：一般化 BKP 差分方程式は双線形形式で  $[z_1 \exp(D_1) + z_2 \exp(D_2) + z_3 \exp(D_3) + z_4 \exp(D_4)]f \cdot f = 0$ 、ここで、 $D_1 + D_2 + D_3 + D_4 = 0$  であり、 $z_1, z_2, z_3, z_4$  は任意の定数である。この方程式のバックルンド変換式、Lax-pair について講演する。

12. 題 目：衝突によって形を変える超離散ソリトン  
講演者：中村伸也（早大基幹理工），広田良吾（早大名誉教授）  
要 旨：超離散 hungry Lotka-Volterra 方程式の周期位相ソリトンは、負の静止解と衝突すると位相によって、負の静止解と普通のソリトンになる場合と、位相のずれが起こらずに通過する場合がある。これらの衝突を記述する厳密解を求めた。
13. 題 目：ソリトンの 2 次元相互作用について  
講演者：及川正行（九大応力研）  
要 旨：【特別講演】 p. 5 参照
14. 題 目：セルオートマトンによる鉄道ネットワークシミュレーション  
講演者：友枝明保（明大先端数理，東大先端研），小松満仁（東大工），兪逸淵（東大工），高山糧（東大工），姜銳（Univ. of Science and Technology of China），西成活裕（東大先端研，さきがけ）  
要 旨：CA モデルを用いた公共交通モデルに対して，乗客の経路選択を組み込むことで鉄道ネットワークシミュレーターを構築した．さらに，乗客分布を均等化することによって混雑率を下げる方法についても述べる．
15. 題 目：細長い容器内の二層流体のファラデー波の励起と共鳴  
講演者：船越満明（京大情報），田村桂太（京大情報）  
要 旨：流体を入れた容器を鉛直方向に加振するときパラメータ共鳴によって生じる波は通常ファラデー波と呼ばれる。本講演では、容器が細長く流体が自由表面を持つ二層流体である場合を考え、ファラデー波の励起や共鳴を記述するモデル方程式とその解について述べる。
16. 題 目：量子暗号理論から見た量子系の諸性質の定量的な理解  
講演者：小芦雅斗（阪大基礎工）  
要 旨：【特別講演】 p. 6 参照
17. 題 目：排除体積効果を取り入れた待ち行列の厳密解について  
講演者：有田親史（九大数理），柳澤大地（東大工）  
要 旨：普通待ち行列には排除体積効果（相互作用）がない。本講演では，待ち行列に完全非対称単純排他過程と同様の排除体積効果を取り入れ離散時間の確率過程としてモデルを定式化し，定常状態の解と性質について議論する。
18. 題 目：人の集団に関する新たな評価方法の考察 2  
講演者：大塚一路（東大先端研），西成活裕（東大先端研，さきがけ）  
要 旨：本発表では、これまでに著者らが提案した、混雑ダイナミクス、金融理論、サービス指標の融合理論に関する報告を行い、実証分析結果および今後の発展について述べる。

19. 題 目：1D ASEP & KPZ

講演者：笹本智弘（千葉大理）

要 旨：【特別講演】 p. 7 参照

20. 題 目：2成分 KP 階層に由来する高階パルヴェ方程式

講演者：鈴木貴雄（神戸大理）

要 旨：パルヴェ方程式の高階化の一つである野海・山田系は、KP 階層に周期簡約および相似簡約の2つの条件を課すことで導かれることが知られている。本講演では、2成分 KP 階層について同様の考察を行うことで、新しい高階パルヴェ方程式を導く。

21. 題 目：ソリトン理論・可積分系の非可換化と Quasideterminant

講演者：浜中真志（名大多元数理）

要 旨：ソリトン理論・可積分系の非可換化は、変数の行列型への拡張、非可換空間上への拡張といった形で古くから活発に研究がなされてきた。特に最近、ソリトン解の構成において、Quasideterminant というある種の非可換行列式が本質的役割を果たすことが明らかになり、非可換ソリトンの研究は新しい局面を迎えている。この講演では、Quasideterminant の基礎を解説したのち、それらが解の構成でいかに威力を発揮するかを説明する。主に4次元反自己双対ヤン・ミルズ方程式を題材に議論を進めるが、時間があれば、KdV 方程式といった低次元との関連についても触れたい。（前者はグラスゴー大学の Gilson 氏、Nimmo 氏との共同研究 arXiv:0812.1222 に基づく）

22. 題 目：離散 BKP 方程式と Yang-Baxter 写像

講演者：笈三郎（立教大理）、Jonathan J. C. Nimmo（グラスゴー大）、Ralph Willox（東大数理）

要 旨：これまでの研究で、Yang-Baxter 写像と古典可積分型との関係が、様々な形で明らかにされている。本研究では、離散 BKP 方程式から得られる Yang-Baxter 写像、およびその超離散化について議論する。

題 目：取り扱いの難しい可積分方程式

講演者：井ノ口順一（山形大理）

要 旨：可積分系の例として知られながら、解の構成や解空間の構造などが詳しくわかっていない方程式がいくつかある。それらの方程式の中には、微分幾何学を用いることで方程式の構造が解明できるものがある。この講演ではそういった「微分幾何を使って取り扱いができるようになる方程式」の例として cosh-Gordon 方程式・Tzitzeica 方程式・澤田・小寺方程式を取り上げ、これらの方程式と対応する幾何学について述べる。

題 目：ソリトンの 2 次元相互作用について

講演者：及川正行（九大応力研）

要 旨：ソリトンの 2 次元相互作用というと、KP 方程式のソリトン共鳴が有名である。われわれはここ数年、KP 方程式のソリトン共鳴と同様な現象が他の系でも起こりうるのかを調べるために、2 次元 Benjamin-Ono, 2 次元 modified KP, 2 次元 intermediate long wave 方程式などを数値的に調べてきた。また、最近 KP 方程式のソリトン解について新たな研究の進展があり、ある種の初期値問題の漸近解とソリトン解との関係が明らかになりつつある。この講演では、ソリトンの 2 次元相互作用に関するわれわれの最近の研究成果や問題点を述べる。

題 目：量子暗号理論から見た量子系の諸性質の定量的な理解

講演者：小芦雅斗（阪大基礎工）

要 旨：量子系に対して測定を行うと、一般にその量子系は測定の反作用を受けて、状態が変化する。この事実を巧みに利用して、暗号通信に応用しようという試みが、量子暗号である。光パルスは量子系であるから、光通信における盗聴行為は量子系に対する測定行為と見なすことができる。そのため、信号の載せ方を工夫することで、受信された光パルスの状態変化から、盗聴行為の程度を定量的に見積もることが出来る。つまり、状態変化が小さければ、盗聴者への情報の漏洩が小さいことが量子力学の原理に基づいて証明できる、という仕掛けである。

量子暗号の理論研究では、様々な状況下で情報漏洩が小さいことを「証明」することが主眼となるが、この証明は、「原理的に許されるあらゆる盗聴行為」の可能性を取り込まなければならない。このため、応用的な動機にもかかわらず、その理論研究は量子力学の原理に深く切り込むことになる。そこで、本講演では、量子暗号の研究の過程で浮かび上がってきた基礎的な側面に焦点を当て、量子系の基本的な諸性質の定量的な理解の進展について、いくつかの例を紹介したい。

2つの量子系の間で「量子的な」相関とは何か、という基本的な問題に対しては、様々なアプローチが考えられる。最近になって発展した量子情報理論では、通信路で結ばれた2者（アリスとボブ）がそれぞれ部分系を持っている状況を想定し、古典通信だけでは作れない相関をエンタングルメントと呼ぶ。一方、時代を遡ってEPRの論文を思い出すと、アリスの持つ系の共役な二つの物理量から、ボブが好きにひとつを選んでその値を予言できる、という性質が議論されている。両方の物理量を同時に予言することは、不確定性原理に反するので禁止される。このように、どちらも実行可能なのに同時には実行不可能という相補的な二つのタスクが存在するという状況も、アリスとボブの系が量子的に相関を持つことに起因している。また、その相関を利用してどのくらい暗号通信ができるか、という視点も、相関の量子性のひとつの見方と言えるだろう。以上のように、古典系とは異なる相関、とひとくちに言っても、そのような相関は多種多様な量子特有の性質に関連しており、全体像を把握することは容易ではない。果たして、これらの性質は全て同じものを違った角度から見ているだけなのだろうか？ それとも、各性質は微妙に、あるいは大幅に異なる源泉を持つのだろうか？ 量子暗号の研究の副産物として、これらの諸性質の間に一般的に成り立つ美しい定量的な関係が浮かび上がってきている。

量子系を信号の媒体として見たとき、その情報の「大きさ」はどう決まるのか、という問いもまた、基本的な問題のひとつである。古典的なデジタル信号では、信号の保存に最低限必要なメモリの容量が、シャノンのエントロピーで与えられる。ところが、これが量子系になると、単純なエントロピーは最低限必要なメモリの容量を必ずしも与えず、何が情報の大きさを決めているのかが謎であった。この問題自体は暗号と無関係に見えるのだが、意外なことに、メモリの容量を与える一般的な公式の発見にも、量子暗号理論が契機となったのである。

## 題 目：1D ASEP & KPZ

講演者：笹本智弘（千葉大理）

要 旨：1次元非対称排他過程（以下 ASEP）は、1次元格子上を多数の粒子が体積排除の相互作用の下で非対称なランダムウォークをするモデルである。単純なモデル系であるが、種々の物理的・数学的問題と関係しており、近年活発に研究されている。

まず ASEP は確率過程であるから当然ながら確率論（特に無限粒子系と呼ばれる分野）と関係が深い。無限系における過程の定義や定常状態の分類といった基本的な問題は初期の時点で解決されている。ASEP においてゆらぎが効かない巨視的な極限を考えることもでき（流体力学極限）、Burgers 方程式が現れる。このことは ASEP において非線形効果が重要であることを示している。

ASEP はまた、非平衡統計力学のモデルとしても研究されている。非平衡系の最大の特徴は定常状態において巨視的な流れが存在することであり、それが故に熱平衡系には見られない多様な性質を示すのであるが、原理的な理解はまだ不十分であり、ASEP 研究はこれまでに非平衡定常状態における長距離相関や境界条件の重要性といった問題に関して、種々の知見を与えてきた。

そのように詳細な結果が得られる背景には ASEP がいわゆる可解モデルであるということがある。これは時間発展の生成作用素が XXZ モデルのハミルトニアンを”ひねった”ものであるということから分かるのであるが、問題はその可解性をどのように物理量の計算に結びつけるかである。多くの場合 XXZ モデルで用いられていた手法を単純に用いればよいという話ではなく、新たなアイデアを要する。例えば有限系の定常状態は行列の積の形に表され  $q$ -直交多項式との関係が知られていたり、無限系の時間発展の記述にはランダム行列理論や自由フェルミオンの構造が現れるといった具合である。

ASEP の長距離・長時間のスケーリング極限は、界面成長分野で知られる KPZ ユニバーサリティクラスで記述される事が知られている。これは既に 20 年以上知られているにも係わらずまだまだ分からない事の多いものであるが、近年の進展で少しずつ理論が深まっている。最近では KPZ 方程式そのものについての興味もリバイバルしつつある。

本講演では、このような ASEP の多様性についてレビューする。また KPZ 方程式や KPZ 普遍性クラスについての議論も行う。