

応用力学研究所研究集会 No.16ME-S1 「非線形波動の物理と数理構造」(研究代表者 梶原 健司)

RIAM Symposium No.16ME-S1 *Physics and Mathematical Structures of Nonlinear Waves*

held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 15 - 17, 2004

プログラム (Program)

11月15日(月)

- 10:30-11:00 **3波共鳴組多体系による弱乱流モデル**
成行 泰裕, 羽田 亨(九州大・総合理工)
- 11:00-11:30 **Amplification of two-dimensional strain solitary waves**
A. V. Porubov (A. F. Ioffe Physical-Technical Institute of the RAS, Russia)
- 11:30-12:00 **Discrete soliton in a water wave problem**
丸野 健一(九州大・数理)
- 13:00-14:00 **離散非線形系における局在状態(特別講演)**
武野 正三(長崎総合科学大)
- 14:15-14:45 **周期境界のため起こる非線形方程式の解の分岐に関する研究**
大澤 一人(九州大・応力研), 上野 拓朗(九州大・総理工), 蔵元 英一(九州大・応力研)
- 14:45-15:15 **伸縮性を持つ渦糸方程式とそのヒエラルキー**
紺野 公明(日本大・理工), 角島 浩(富山大・工)
- 15:30-16:00 **ソリトン方程式の解に付随したコルモゴロフの方程式**
矢嶋 徹(宇都宮大・工), 宇治野 秀晃(群馬高専)
- 16:00-16:30 **交通流の確率モデルについて**
金井 政宏(東京大・数理科学), 西成 活裕(龍谷大・理工), 時弘 哲治(東京大・数理科学)
- 16:30-17:00 **箱玉系の Euler-Lagrange 対応**
松木平 淳太, 西成 活裕(龍谷大・理工)
- 17:15-17:45 **周期的ソリトン方程式の超離散化**
広田 良吾, 高橋 大輔(早稲田大・理工)
- 17:45-18:15 **生物における渋滞現象とモデル化**
西成 活裕(龍谷大・理工)

11月16日(火)

- 9:30-10:00 **一般化された周期箱玉系の保存量の経路による表現**
間田 潤, 時弘 哲治(東京大・数理科学), 泉 誠(島根大・教育)
- 10:00-11:00 **Dynamics of pulse solutions in reaction-diffusion systems(特別講演)**
栄 伸一郎(九州大・数理)
- 11:15-11:45 **CAに類似したパターンを解に持つ偏微分方程式の逆超離散化による導出**
田中 宏志, 西山 了允(島根大・総理工), 時弘 哲治(東京大・数理科学)
- 11:45-12:15 **Variety of the patterns in the case of a magnetic convection**
Elizabeta Fornalik^{1,2}, Piotr Filar², Toshio Tagawa², Hiroyuki Ozoe², Jansz S. Szmyd¹
(¹AGH University of Science and Technology, Poland, ²九州大・先端物質化学研)
- 13:15-14:15 **ボーズ-アインシュタイン凝縮体中の非線形波動(特別講演)**
佐々 成正(日本原子力研究所)

- 14:30-15:00 **Sine-Gordon方程式のBenjamin-Feir型不安定性とLamé方程式の帯構造**
大宮 眞弓, 齊藤 大爾, 柴 孝史(同志社大・工)
- 15:00-15:30 **非局所的ソリトン方程式の多重周期解および多重ソリトン解の新しい表式**
松野 好雅(山口大・工)
- 15:30-16:00 **ソリトン理論・可積分系の非可換空間への拡張**
浜中 真志(名古屋大・多元数理)
- 16:15-18:00 **ポスターセッション(後述)**

11月17日(水)

- 9:30-10:00 **退化ガルニエ系の古典解とその退化構造**
鈴木 貴雄(京都大・数理解析研)
- 10:00-10:30 **$E_7^{(1)}$ 型 q -差分 Painlevé方程式の Riccati 解の τ -函数**
増田 哲(神戸大・自然)
- 10:30-11:00 **普遍指標とKP階層の拡張**
津田 照久(神戸大・自然)
- 11:15-12:15 **Γ と ζ …ゼータの行列式表示に向けて(特別講演)**
若山 正人(九州大・数理)
- 13:30-14:00 **格子凸多角形の分類と離散ハミルトン系の周期における超離散極限による対応**
岩尾 昌央(早稲田大・理工)
- 14:00-14:30 **The Poncelet problem and related problems in mathematical physics**
Alexei Zhedanov(京都大・情報, Donetsk Inst. Phys. Tech., Ukraine)
- 14:45-15:15 **Bianchi-Bäcklund-Darboux変換について**
井ノ口 順一(宇都宮大・教育), 小林 真平(神戸大・自然)
- 15:15-15:45 **Calogero模型の超可積分な離散化**
宇治野 秀晃(群馬高専), Luc Vinet(McGill Univ., Canada), 吉田 春夫(国立天文台)
- 15:45-16:15 **全保存量を保つコマの離散化**
峯崎 征隆(京都大・情報)

ポスターセッション(11月16日 16:15-18:00)

- (1) **可積分系と非可積分系の周期点の性質**
斎藤 革子(横浜国大・工)
- (2) **箱玉系のある二次元化について**
古井 充, 高橋 大輔(早稲田大・理工)
- (3) **Benney方程式の周期解---長く平らな底を持つパルス列について**
伊藤 裕子, 加藤 由紀, 藤村 薫(鳥取大・工)
- (4) **熱音響冷却システムの冷却部における作業流体とスタック間の熱交換についての数理モデル**
富樫 萌子, 坂本 眞一, 近藤 弘一(同志社大・工)
- (5) **KP方程式による孤立波相互作用とRogue Waveの関連について**
辻 英一, 及川 正行(九州大・応力研), Alexey V. Porubov(A.F.Ioffe Physical Technical Institute)
- (6) **自己アファイン成長界面の動力学**
北村 隆行(九州大・総合理工), 佐藤 信一(静岡大・理), 本庄 春雄(九州大・総合理工)
- (7) **長距離力相互作用を有する非線形格子ハミルトン系におけるマクロ変数のカノニカル期待値への漸近的振舞**
後藤 振一郎, 山口 義幸(京都大・情報)
- (8) **Numerical computations for the convection of a paramagnetic fluid in a cube placed in an inclined superconducting magnet**
Tomasz Bednarski¹, Elzbieta Fornalik^{1,2}, Toshio Tagawa¹, Hiroyuki Ozoe¹, Janusz S. Szmyd²(¹:九州大・先端物質化学研,
²:AGH University of Science and Technology, Poland)
- (9) **浅い水の波の振幅増大機構とKP方程式の解の関係**

丸野 健一(九州大・数理), 辻 英一, 及川 正行(九州大・応力研)

- (10) **離散 Kepler 運動の時間補正**
中西 要介, 峯崎 征隆, 中村 佳正(京都大・情報)
- (11) **非線形格子系における移動型の離散ブリーザーの数値計算法**
土井 祐介(京都大・工), 吉村 和之(NTTコミュニケーション科学基礎研究所)
- (12) **非同次ポテンシャルを持つ非線形格子の積分不可能性**
吉村 和之(NTTコミュニケーション科学基礎研究所), 梅野 健(株式会社カオスウェア)
- (13) **Some q -orthogonal polynomial solutions to the q d-type Toda discrete equation}**
伊藤 道大, 辻本 諭(京都大・情報)
- (14) **固有値計算と非自励離散系の関係について**
松井 佑貴夫, 辻本 諭(京都大・情報)
- (15) **q -Painlevé II 方程式の超幾何解の行列式構造**
濱本 太郎, 梶原 健司(九州大・数理)
- (16) **Bessel方程式の差分化と2-orthogonal polynomials**
高田 智広(京都大・理)
- (17) **New class of symmetries for self-gravitating hydrodynamics equations**
村田 宗一, 野崎 一洋(名古屋大・理)
- (18) **二成分砂山崩しの縞構造の形成**
下川 倫子(九州大・総理工), 中原 明生(日本大・理工), 太田 正之輔(九州大・総理工)
- (19) **Camassa-Holm方程式のソリトン解: 双線形化法によるアプローチ**
戸田 晃一(富山県立大・工), A. Parker, R. S. Johnson (Univ. of Newcastle upon-Tyne, UK)

応用力学研究所研究集会報告 No.16ME-S1 「非線形波動の物理と数理構造」(研究代表者 梶原 健司)

Reports of RIAM Symposium No.16ME-S1 *Physics and Mathematical Structures of Nonlinear Waves*

Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 15 - 17, 2004

目 次 (Contents)

Article
No.

-
1. 3波共鳴組多体系による弱乱流モデル
成行 泰裕 (NARIYUKI Yasuhiro), 羽田 亨 (HADA Tohru)
 2. Amplification of two-dimensional strain solitary waves
A. V. PORUBOV, G. A. MAUGIN, V. V. MAREEV
 3. Discrete soliton in a water wave problem
丸野 健一 (MARUNO Ken-ichi)
 4. 周期境界のため起こる非線形方程式の解の分岐に関する研究
大澤 一人 (OSAWA Kazuhito), 蔵元 英一 (KURAMOTO Eiichi), 上野 拓朗 (UENO Takurou)
 5. 伸縮性を持つ渦糸方程式とそのヒエラルキー
紺野 公明 (KONNO Kimiaki), 角畠 浩 (KAKUHATA Hiroshi)
 6. ソリトン方程式の解に付随したコルモゴロフの方程式
矢嶋 徹 (YAJIMA Tetsu), 宇治野 秀晃 (UJINO Hideaki)
 7. 交通流の確率モデルについて
金井 政宏 (KANAI Masahiro), 西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko), 時弘 哲治 (TOKIHIRO Tetsuji)
 8. 箱玉系の Euler-Lagrange 対応
松木平 淳太 (MATSUKIDAIRA Junta), 西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko)
 9. 周期的ソリトン方程式の超離散化
広田 良吾 (HIROTA Ryogo), 高橋 大輔 (TAKAHASHI Daisuke)
 10. 生物における渋滞現象とモデル化
西成 活裕 (NISHINARI Katsuhiko)
 11. 一般化された周期箱玉系の保存量の経路による表現
間田 潤 (MADA Jun), 時弘 哲治 (TOKIHIRO Tetsuji), 泉 誠 (IDZUMI Makoto)
 12. Dynamics of pulse solutions in reaction-diffusion systems
栄 伸一郎 (EI Shin-ichiro)
 13. CAIに類似したパターンを解に持つ偏微分方程式の逆超離散化による導出
田中 宏志 (TANAKA Hiroshi), 西山 了允 (NISHIYAMA Akinobu), 時弘 哲治 (TOKIHIRO Tetsuji)
 14. Variety of the patterns in the case of a magnetic convection
Elizabeta Fornalik, Piotr Filar, Toshio Tagawa, Hiroyuki Ozoe, Janusz S. Szmyd
 15. ボーズ-アインシュタイン凝縮体中の非線形波動
佐々 成正 (SASA Narimasa)
 16. Sine-Gordon方程式のBenjamin-Feir型不安定性とLamé方程式の帯構造
大宮 真弓 (OHMIYA Mayumi), 斉藤 大爾 (SAITO Daiji), 柴 孝史 (SHIBA Takashi)
 17. 非局所的ソリトン方程式の多重周期解および多重ソリトン解の新しい表式
松野 好雅 (MATSUNO Yoshimasa)
 18. ソリトン理論・可積分系の非可換空間への拡張

浜中 真志 (HAMANAKA Masashi)

19. 退化ガルニエ系の古典解とその退化構造
鈴木 貴雄 (SUZUKI Takao)
20. $E_7^{(1)}$ 型 q -差分 Painlevé 方程式の Riccati 解の r -関数
増田 哲 (MASUDA Tetsu)
21. 普遍指標に付随する無限可積分系とパルヴェ方程式
津田 照久 (TSUDA Teruhisa)
22. Γ と ζ のゼータの行列式表示に向けて
若山 正人 (WAKAYAMA Masato)
23. 格子凸多角形の分類と離散ハミルトン系の周期における超離散極限による対応
岩尾 昌央 (IWAO Masataka)
24. The Dirichlet and the Poncelet problems
V. P. Burskii, A. S. Zhedanov
25. Bianchi-Bäcklund-Darboux変換について
井ノ口 順一 (INOGUCHI Jun-ichi), 小林 真平 (KOBAYASHI Shimpei)
26. Calogero模型の超可積分性を保つ離散化
宇治野 秀晃 (UJINO Hideaki), Luc Vinet, 吉田 春夫 (YOSHIDA Haruo)
27. 全保存量を保つコマの離散化
峯崎 征隆 (MINESAKI Yukitaka)
28. 可積分系と非可積分系の周期点の性質
斎藤 革子 (SAITOH Noriko)
29. 箱玉系のある二次元化について
古井 充 (FURUI Mitsuru), 高橋 大輔 (TAKAHASHI Daisuke)
30. Benney方程式の周期解——長く平らな底を持つパルス列について
伊藤 裕子 (ITO Yuko), 加藤 由紀 (KATO Yuki), 藤村 薫 (FUJIMURA Kaoru)
31. 熱音響冷却システムの冷却部における作業流体とスタック間の熱交換についての数理モデル
富樫 萌子 (TOGASHI Akiko), 坂本 真一 (SAKAMOTO Shinichi), 近藤 弘一 (KONDO Koichi) 等
32. KP方程式による孤立波相互作用とRogue Waveの関連について
辻 英一 (TSUJI Hidekazu), 及川 正行 (OIKAWA Masayuki), A. V. Porubov
33. 長距離力相互作用を有する非線形格子ハミルトン系におけるマクロ変数のカノニカル期待値への漸近的振舞
後藤 振一郎 (GOTO Shin-itiro), 山口 義幸 (YAMAGUCHI Y. Yoshiyuki)
34. Numerical computations for the convection of a paramagnetic fluid in a cube placed in an inclined superconducting magnet
Tomasz Bednarz, Elzbieta Fornalik, Toshio Tagawa, Hiroyuki Ozoe, Janusz S. Szmyd
35. 浅い水の波の振幅増大機構とKP方程式の解の関係
丸野 健一 (MARUNO Ken-ichi), 辻 英一 (TSUJI Hidekazu), 及川 正行 (OIKAWA Masayuki)
36. 離散 Kepler 運動の時間補正
中西 要介 (NAKANISHI Yosuke), 峯崎 征隆 (MINESAKI Yukitaka), 中村 佳正 (NAKAMURA Yoshimasa)
37. 非線形格子系における移動型の離散ブリーザーの数値計算法
土井 祐介 (DOI Yusuke), 吉村 和之 (YOSHIMURA Kazuyuki)
38. 非同次ポテンシャルを持つ非線形格子の積分不可能性
吉村 和之 (YOSHIMURA Kazuyuki), 梅野 健 (UMENO Ken)
39. Some q -orthogonal polynomial solutions to the q -type Toda discrete equation]
伊藤 道大 (ITO Michio), 辻本 諭 (TSUJIMOTO Satoshi)
40. 固有値計算と非自励離散系の関係について
松井 佑貴夫 (MATSUI Yukio), 辻本 諭 (TSUJIMOTO Satoshi)
41. q -Painlevé II および V 方程式の超幾何解
濱本 太郎 (HAMAMOTO Taro), 梶原 健司 (KAJIWARA Kenji)
42. Bessel方程式の差分化と2-orthogonal polynomials

高田 智広 (TAKADA Tomohiro)

43. New class of symmetries for self-gravitating hydrodynamics equations

村田 宗一 (MURATA Souichi), 野崎 一洋 (NOZAKI Kazuhiro)

44. 二成分砂山崩しの縞構造の形成

下川 倫子 (SHIMOKAWA Michiko), 西尾 悠 (NISHIO Yu), 中原 明生 (NAKAHARA Akio), 太田 正之輔 (OHTA Shonosuke) ¥

45. Camassa-Holm方程式のsoliton解: 双線形化法によるアプローチ

戸田 晃一 (TODA Kouichi), A. Parker, R. S. Johnson

応用力学研究所研究集会報告 No.16ME-S1
「非線形波動の物理と数理構造」(研究代表者 梶原 健司)

Reports of RIAM Symposium No.16ME-S1
Physics and Mathematical Structures of Nonlinear Waves
Proceedings of a symposium held at Chikushi Campus, Kyushu University,
Kasuga, Fukuoka, Japan, November 15 - 17, 2004

Article No. 29

箱玉系のある二次元化について

古井 充 (FURUI Mitsuru), 高橋 大輔 (TAKAHASHI Daisuke)

(Received February 28, 2005)

Research Institute for Applied Mechanics
Kyushu University
April, 2005

箱玉系のある二次元化について

早稲田大学大学院理工学研究科

古井 充 (FURUI Mitsuru)

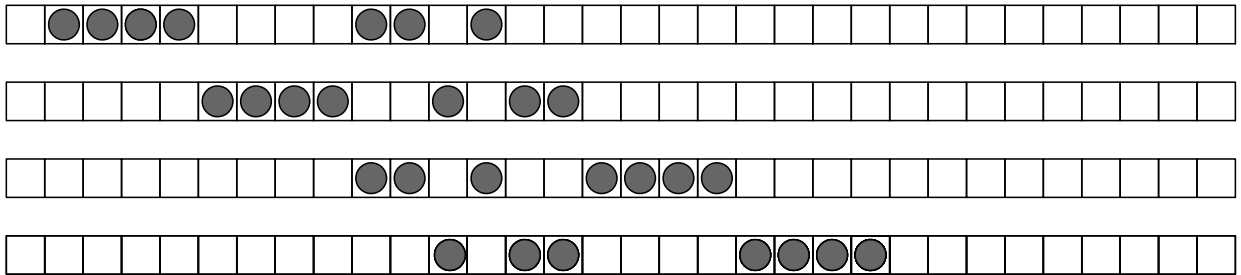
高橋 大輔 (TAKAHASHI Daisuke)

研究目的と概要

ソリトン系である一次元の箱玉系を単純な規則によって空間二次元に拡張した。この拡張によって可積分性は壊れるが、準ソリトンの振る舞いが多数観察できる。初期値からの解の時間発展は複雑である。解の振る舞いにどのような特徴があるか報告する。

1 箱玉系の二次元化

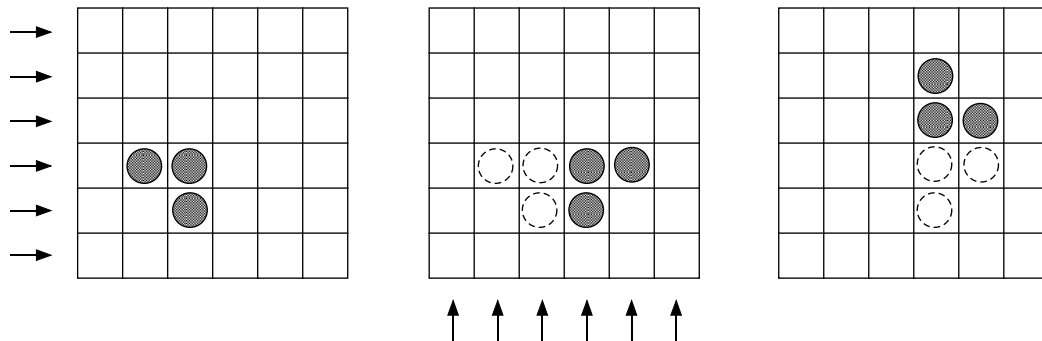
オリジナルの1次元箱玉系 (BBS) (玉の番号なし箱の容量1) [1]



時間発展ルール：

- 各時刻で運搬人が左から右へひとつずつ箱を見ていきながら移動する。
- 箱の中に玉があれば手に持ち (手持ちの玉の個数に上限はない), 空箱でかつ手持ちの玉があればその箱に玉をひとつ入れる。

今回考える系はこれを単純に2次元化したもの。各行で玉を右へ移動し, その後に各列で玉を上へ移動する。これを繰り返す。



2 時間発展ルール

今回は時間発展において、ペアリングの方法で玉を動かす。まず以下の条件を満たす玉と空箱のペアを考える。

[2]

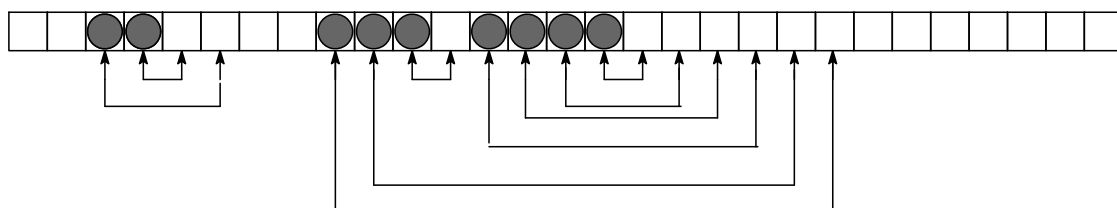
- 1つのペアは玉1つと空箱1つで成り立つ。ただし、玉が左、空箱が右に位置している。
- 異なるペアは同じ玉を含まない。空箱についても同様である。
- 1つのペアの玉と空箱は (a) 隣り合っている。(b) 両者の間に他の1個以上のペアのみを挟んでいるのどちらかである。
- ペアは出来る最大の数だけ作るものとする。

このような条件によって作られたペアに対して玉を空箱の位置へ動かす。そのときに、総数が多いためにペアにならない玉が存在するが、それらについては次の時刻動かないものとする。

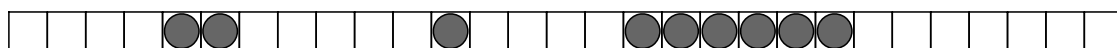
下図の (a),(b) に具体例を示す。矢印で結ばれた玉と箱がペアである。(a),(b) において、ペアが作れなかった箱あるいは玉は次の時刻は動かない。

(a) 箱の数が玉の数より多いとき

$t = n$

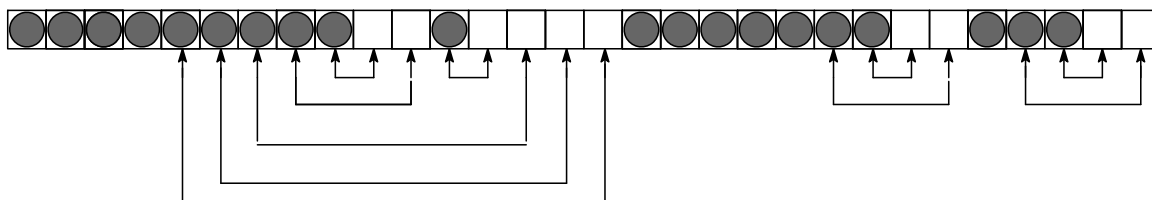


$t = n+1$



(b) 玉の数が箱の数より多いとき

$t = n$



$t = n+1$



ペアになれなかった玉は次の時刻は動かない

3 進行波パターン

時間発展してもその形が崩れない無限に続く単純な図形パターンを進行波パターンと呼ぶとする。複数の進行波パターンが N ソリトンとしてが相互作用しながら共存することも可能である。進行波は、長方形の最小の構成要素を並べた形をしている。その長方形の横幅 w と縦幅 h を用いて、 $w \times h$ の進行波パターンと呼ぶことにする。まずは 2 ソリトン解となっている進行波パターンの相互作用の例を示す。

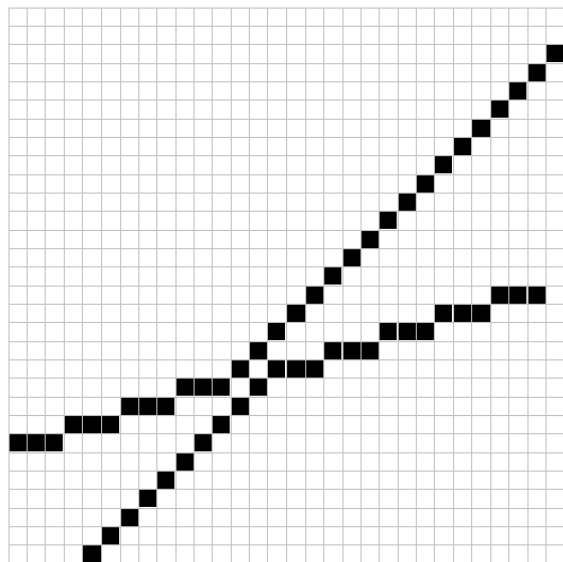


図 3.1 2 ソリトンの例 1

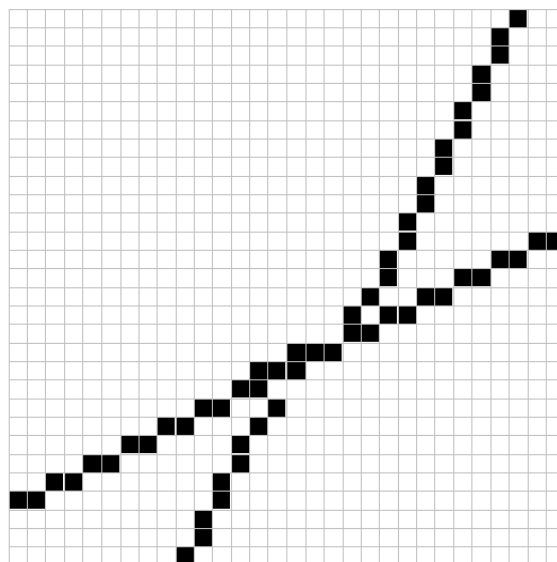


図 3.2 2 ソリトンの例 2

図 3.1 は 3×1 の進行波パターンと 1×1 の進行波パターンとの相互作用の様子であり、図 3.2 は、 2×1 の進行波パターンと 1×2 の進行波パターンの相互作用の様子である。どちらの場合においてもフェーズシフトが見られ、同じパターン同士の相互作用でも相互作用の具合によってその解の様子が異なる。図 3.3 は図 3.2 と同様に 2×1 の進行波パターンと 1×2 の進行波パターンの相互作用の様子であるがその具合は異なっている。このようなことは通常の 2 ソリトンでは起こらない。この相互作用は共鳴相互作用を表している。[3]

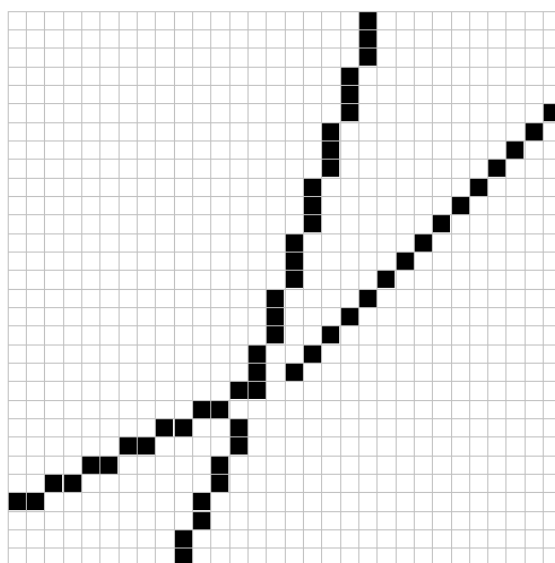


図 3.3 2 ソリトンの例 3

次に無限の長さの進行波パターンと有限の長さの進行波パターンとの相互作用を考える。図 3.4,3.5 では無限の 1×2 の進行波パターンに 4×1 の有限の進行波パターンが衝突し離れる様子を示す。図 3.4 と図 3.5 では有限の進行波パターンの長さが異なっている。

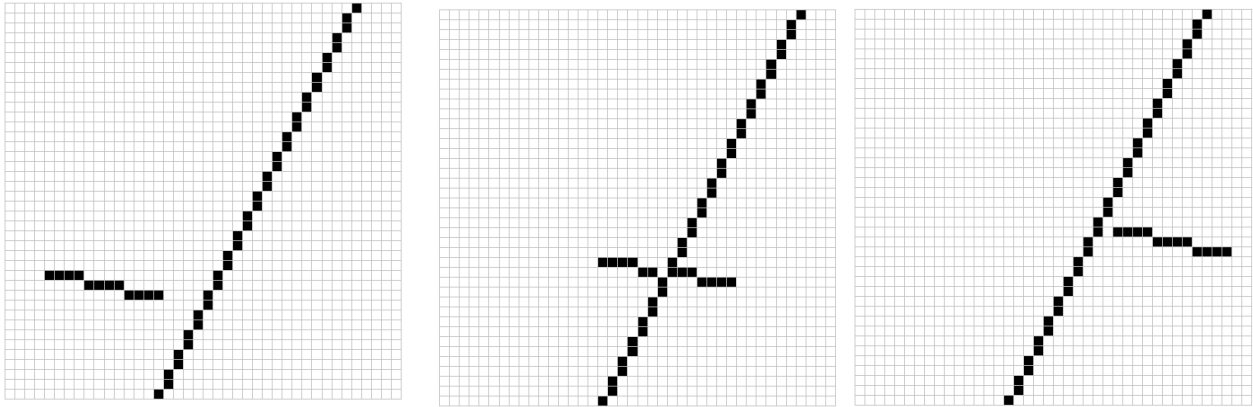


図 3.4 有限の進行波パターンと無限の進行波パターンの衝突例 (1)

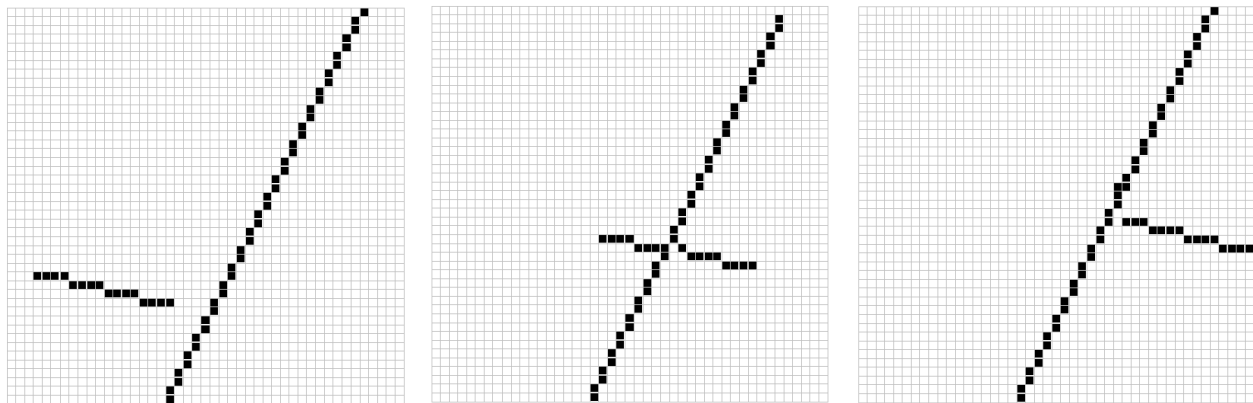
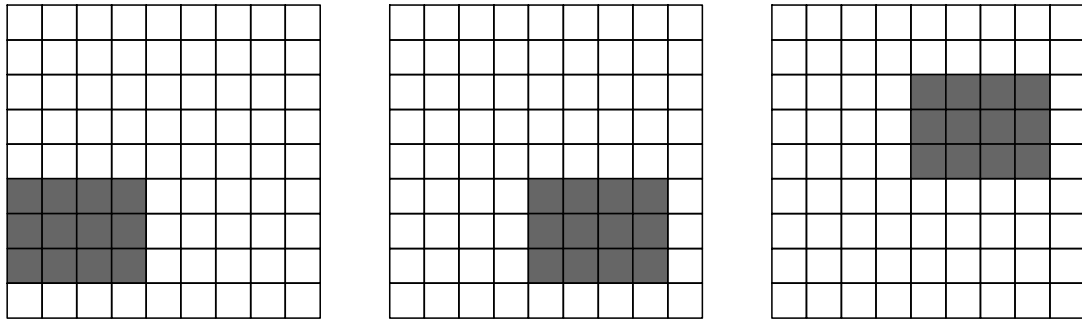


図 3.5 有限の進行波パターンと無限の進行波パターンの衝突例 (2)

図 3.4 を見ると、この進行波パターンはソリトン解となっている。しかし図 3.5 では衝突する位置も同じであるがソリトン解とはならない。従って、無限の 1×2 の進行波パターンと無限の 4×1 の進行波パターンは解になっておらず、図 3.4 は有限の進行波パターンのソリトン解の存在を表している。

4 パターンに周期性のあるもの

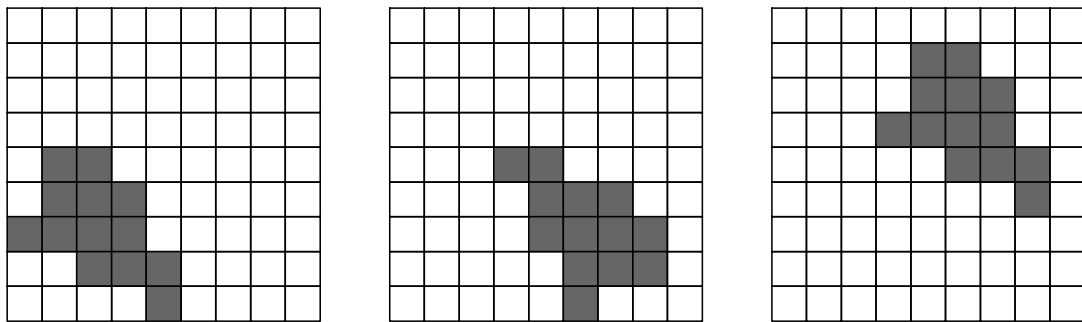
まず、時間が経つと、位置がずれるが元と同じパターンになるものを探す。最も簡単なものは、長方形のもの（玉・空箱は対等なので、空箱のバックグラウンドの中に玉がある場合のみ考える。）これらはすべて周期 1 である。ただし右 上の 1 サイクルで時刻が 1 経つと考える。



右 上 右

図 4.1 周期性のあるパターン例 (1)

長方形以外のもので、周期 1 のパターンが存在する。図 4.2 にその例を示す。



右 上 右

図 4.2 周期性のあるパターン例 (2)

さらに様々な周期のパターンが存在する。初期値が 6×6 以内のつながったパターンのうち、長方形以外のものをプログラムにより探索した。その例の一部を以下の図 4.3 に示す。

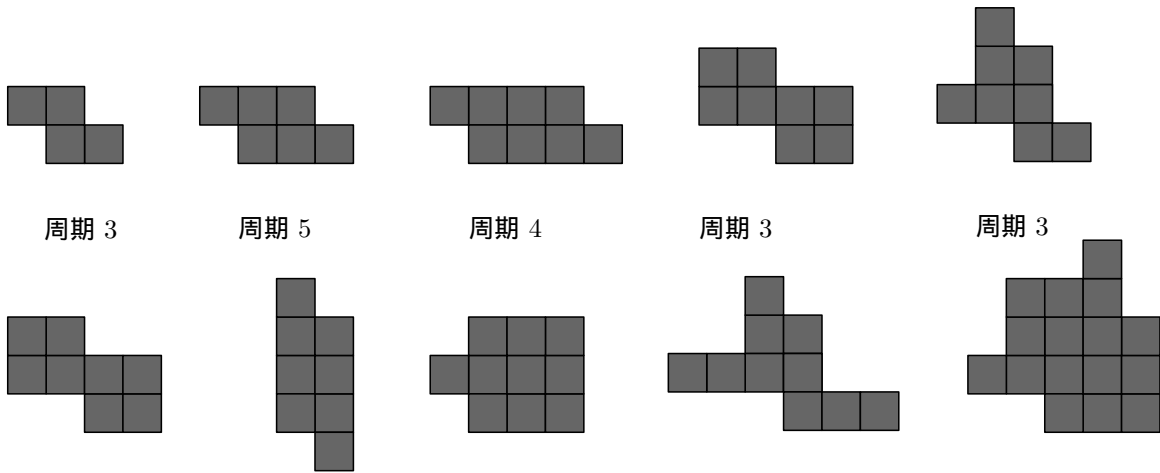


図 4.3 周期性のあるパターン例 (3)

この結果を分析して以下のことがわかった。

- ある周期パターンが存在するならば、その図形を横あるいは縦に何倍かした図形も周期パターンとなっている。
- 周期パターン同士が衝突してもその形が崩れないものが存在する。(ただし、その衝突の仕方による。)

5 結果と今後の課題

今回の研究では箱玉系をある規則に従って、空間二次元に拡張することができた。またその中から、ソリトンの振る舞いをする例も数多く発見することができた。今後の課題に関しては、

- さらに周期パターン、進行波パターンの衝突について、衝突の仕方によってその振る舞いに変化する。今後はその特徴について詳しく分析していきたい。
- 周期パターンに関して、その周期となる図形について法則性があるのかどうかを考えてみたい。

参考文献

- [1] 広田良吾, 高橋大輔, 「差分と超離散」, 共立出版 (2003)
- [2] 広田良吾, 「周期的ソリトン方程式の超離散化」, 「非線形波動の物理と数理構造」研究集会 (2004)
- [3] 渡辺慎介, 「ソリトン物理入門」, 培風館 (1985)