

非線形波動研究の多様性

講演の概要

期間：2019年10月31日(木) 13:30 ~ 11月2日(土) 14:30

場所：九州大学筑紫地区筑紫ホール (C-Cube 1階)

10月31日(木)

自己適合移動格子スキームの境界条件

丸野健一 (早大基幹理工)

自己適合移動格子スキームを用いた数値計算においては境界条件の取り扱いが難しく、周期境界条件での数値計算がこれまでできていなかった。講演では周期境界条件での自己適合移動格子スキームを用いた数値計算について報告する。

確率的な周期的一次元離散粒子系の漸近的ふるまいについての分解予想

大橋 遼 (東大数理)

十分大きなサイズの確率的な1次元セルオートマトンについて、ある局所的な状態が現れる確率は、より局所的な状態についての確率の積として分解できるという著しい性質が発見されている(分解予想)。本公演では、この分解予想をサポートするいくつかの周辺的な事実について紹介いたします。

max型拡散セル・オートマトンのチューリング不安定性解析

村田 実貴生 (東農工大)

反応拡散現象を表す基本的なセル・オートマトンとして、発表者は「max型拡散セル・オートマトン」を提案した。今発表では、max型拡散セル・オートマトンにおけるチューリング不安定性の定義を与え、max型拡散セル・オートマトンのチューリング不安定性解析を行う。また、反応拡散方程式のチューリング不安定性との共通点や相違点について考察する。

オペレーター形式での非可換ソリトン

浜中 真志 (名大多元数理)

非可換空間上の可積分系の定式化にはスター積を用いる記述とオペレータを用いる記述がある。非可換空間では一般に特異点の解消が起こり非可換空間特有のソリトンが存在する。オペレーター形式は特異点の記述に優れている。この発表ではゲージ理論における非可換可積分系を題材としてオペレーター形式でのソリトン解を構成する。特にシフトオペレータを用いた解生成法や特異点除去法を議論する。

KP 方程式の代数幾何解の退化について

中屋敷 厚 (津田塾大数学)

KP 方程式のテータ関数解の極限の計算は興味深い問題と考えられる。この講演では、 $(3,s)$ 曲線と呼ばれる曲線を例にとり、佐藤グラスマンを用いると、テータ関数解の種数 0 の解（ソリトン解、有理解）への退化だけでなく種数正の解への退化も比較的簡単に計算できることを示す。

[特別講演] 血管新生の数理モデル

時弘 哲治 (東大数理)

血管新生 (Angiogenesis) は、既存の血管網から新しい血管が出現し新たに血管網を構成する形態形成現象である。怪我による治癒過程だけでなく、悪性新生物の増殖や転移に深くかかわっており、この現象の理解は医学的に重要な課題である。数年前に、東京大学医学部の栗原裕基らの研究により、血管新生における血管内皮細胞の動態が従来考えられているものとは全く異なり、セルミキシングと呼ばれる混合現象など、複雑な挙動を示すことが分かった。今回の講演では、最近我々のグループで提案したこの内皮細胞運動の 1 次元および 2 次元の数理モデルについて説明する。比較的簡単な 2 体相互作用のみで複雑なパターン形成を生じ、栗原らの *in vitro* の実験結果を定性的に再現することを示す。

11 月 1 日 (金)

交通流を記述する非線形離散モデルであるルール 184FCA の超離散解析

○東康平 (東大数理)、薩摩順吉 (東大数理)、時弘 哲治 (東大数理)

交通流を記述する FCA モデルを提案した。これは、適切な極限のもとで、Burgers 方程式とルール 184CA の発展方程式に帰着する。本講演では、このモデルの基本図が 2 次元的な領域となり、その領域内の各点で安定であることを示す。また、任意の初期条件のもとで、超離散化されたシステムの解は、有限時間で定常解に収束することを示す。

BKP 方程式のソリトン解の分類

○田中悠太 (早大基幹理工)、丸野健一 (早大基幹理工)、児玉裕治 (オハイオ州立大)

BKP 方程式は Gram 型 Pfaffian 表示のソリトン解を持つ。本講演では Gram 型 Pfaffian 表示のソリトン解に対して Cauchy-Binet の公式の Pfaffian 類似の公式が適用できる行列表示を与え、その表示を用いてソリトン解を分類する方法について解説する。

準結晶モデルとフラクタル幾何学

高橋悠樹 (東北大材料科学研)

二次元の準結晶モデルのスペクトルとして、カントル集合の和や積が自然に現れることが知られている。この講演では、準結晶モデルとそれに関連するフラクタル幾何学の諸問題について話す。

q 超幾何方程式の変異版と q ホイン方程式

波多野 修也 (中央大理工)、松縄 竜弥 (中央大理工)、佐藤 智輝 (中央大理工)、○竹村 剛一 (お茶の水女大基幹)

ホインの微分方程式の q 差分版として q ホイン方程式を導入する。そして、q ホイン方程式の特別な場合として、q 超幾何方程式の変異版を導入する。変異版 q 超幾何方程式の超幾何的な解をいくつか得たので、これの表示式を与える。

$A_N^{(1)}$ 型ミューテーションの可積分性について

○野邊厚 (千葉大教育)、松木平淳太 (龍谷大理工)

$A_N^{(1)}$ 型のクイバーミューテーションから得られる $N + 1$ 次元双有理写像力学系の保存量を具体的に求めることで系の可積分性を示す。

[特別講演] 海洋における波群の形成 ～海洋波は非線形か？～

早稲田 卓爾 (東大新領域創成)

外洋に突発的に表れるフリーク波の研究により、海洋には波群が形成され、その発達为非線形シュレーディンガー方程式 (NLS) の解に類似することがわかった。一方、現実的な海洋波の方向スペクトルは広く、NLS の適用範囲を超えていること、空間 2 次元の NLS には安定した孤立波群解が存在しないことが指摘されている。しかしながら、最近の講演者らの研究成果から、海洋波のスペクトルは気象条件によりその形状が時々刻々変化し、フリーク波の起きやすい条件下では非対称で長時間持続的に存在する非線形波群が形成されることがわかった。また、波浪スペクトルが非常に狭いうねりのような条件下で、斜行する波群の存在が実験的に実証され、その波群に類似する観測例も得ることができた。最後に、このような海洋波と光ファイバー中を伝搬する波群との比較により、海洋波の発達にはゆっくりとした包絡線の発達近似が適用できないことを示す。

[特別講演] 可積分系から渋滞学へ ～基礎から応用、そして社会実践へ～

西成 活裕 (東大先端研)

非線形系の優等生である可積分系には、その数学的構造の美しさはもちろん、様々な応用の可能性がある。その一つとして、これまで車や人、物流などの社会的な流れに応用してきたものが渋滞学である。そして近年は社会実践の段階に入り、様々な現場で車の渋滞や人の混雑、またモノの滞留の解消に取り組み、成果を挙げている。その内容を紹介するとともに、基礎と応用をどのようにバランスを持って研究していけばよいか考察する。

11月2日(土)

行列値 **Bratu** 方程式の可積分性について

井上公人 (九大 IMI)

Bratu 方程式は応用面では内燃機関の理論, 数学面では有限戸田格子の 2 格子点の場合, および Liouville 方程式の 1 次元簡約として現れる. 本講演では行列への拡張である行列値 Bratu 方程式について述べる.

ファン・デル・ポール方程式の符号付き超離散化について

○鈴木 清一郎 (法政大理工)、磯島 伸 (法政大理工)

リミットサイクルをもつことで知られる、ファン・デル・ポール方程式の符号付き超離散類似を構成する。複数の初期値問題の解を分類して状態遷移図にまとめ、周期解やリミットサイクルの存在を議論する。

Solution of the inverse problem for Random Domino Automaton and it's application to earthquakes

Mariusz Bialecki(Polish Academy of Sciences, Institute of Geophysics)

Random Domino Automaton (RDA) is a stochastic cellular automaton of slowly driven system type, constructed to model statistical properties of earthquakes [1]. In one time step the particle (a portion of energy) is added to the system and is scattered or retained depending on certain probabilistic parameters (rebound parameters), which governs the dynamics of the model. During evolution, it happens that various portions of energy (avalanches) are released, and a specific time series is created. In particular, RDA may be characterized by various frequency-size distributions of avalanches, depending on the choice of rebound parameters. Therefore, RDA may be regarded as a specific probabilistic generator of events, that fall into a given distribution. In this talk we present the solution to the inverse problem for RDA, i.e. we show how to find rebound parameters that result in a given distribution of avalanches. RDA can be used for a variety applications, including for modeling statistical properties of earthquakes. Having solved inverse problem, RDA can be adjusted not only to Gutenberg-Richter law, but also to distributions that deviate from it. RDA also has interesting mathematical structure. In the case of a special choice of parameters, it exhibits two Self Organized Criticality - like states [3], and this property helps explain mega-earthquakes [5]. Equations describing stationary state of RDA in mean field approximation are solvable for a special choice of parameters and are related to Motzkin numbers [2]. Moreover, the same method like for construction RDA was used to obtain an automaton related to Catalan numbers recurrence [4].

[1] M. Bialecki, Z. Czechowski, On One-to-One Dependence of Rebound Parameters on Statistics of Clusters: Exponential and Inverse-Power Distributions Out of Random Domino Automaton, Journal of the Physical Society of Japan 82 (2013), 014003.

- [2] M. Bialecki, Motzkin numbers out of Random Domino Automaton, Physics Letters A 376 (2012), 3098-3100.
- [3] Z. Czechowski, A. Budek, M. Bialecki, Bi-SOC-states in one-dimensional random cellular automaton, CHAOS 82 (2017), 103123.
- [4] M. Bialecki, Catalan numbers out of a stochastic cellular automaton, Journal of Mathematical Physics 60 (2019), 012701.
- [5] M. H. Kim, New dynamical systems modeling helps explain mega-earthquakes, AIP Scilight 23 OCTOBER 2017, <https://doi.org/10.1063/1.5009894>.

量子ウォークの max-plus 類似とその性質

○渡邊 扇之介 (小山高専)、福田 亜希子 (芝浦工大システム理工)、瀬川 悦生 (横浜国大環境情報)、佐藤 巖 (小山高専)

一次元整数格子上的量子ウォークに対する max-plus 類似について考え、これを max-plus ウォークと呼ぶことにする。本研究では、この max-plus ウォークの保存量や定常状態、極限分布について議論する。

整列的相互作用を持たない運動粒子集団における集団的円運動の発生条件

武田龍之介 (東京工大情報)、小池正史 (宇都宮大工)、○矢嶋徹 (宇都宮大工)

運動する粒子集団が近傍粒子間相互作用の下で時間発展すると、巨視的秩序を持つ集団運動を呈することがある。本講演では、相互作用として運動方向を揃える規則を陽に含まないにもかかわらず、時間とともに集団的な運動が発生する Strömbom 模型を例として、自発的に集団運動が発生する条件を探る。この模型では、相互作用は「粒子速度」「相互作用域内の重心位置」「摂動」の3つの要素により定まり、これらの相対的な重みによっては集団的円運動などの秩序ある運動が生じる。集団的な円運動が発生する条件を系統的に調べた。

ポスターセッション (11月1日 15:10-16:40)

2変数 Oregonator の超離散解析

柏館悠平 (山形大理工)

BZ 反応を記述する Oregonator に対して新たに「5 近傍の離散化」を定義し、超離散方程式を導出する。Oregonator の特徴的な現象として、振動性と興奮性がある。導出した超離散方程式やセルオートマトンモデルにおいても類似した現象を確認できた。

一般の行列に関する Lax 系 (QR 型, LU 型, Cholesky 型) の離散化について

○中澤 朋亮 (同志社大理工)、近藤 弘一 (同志社大理工)

1980 年代に Lax 系に関する研究が盛んに行われ、種々の性質が示された。これらの性質を保持した離散化について議論する。

max-min 方程式の初期値問題を解く C プログラムの実装

○大島良太郎 (早大基幹理工)、高橋大輔 (早大基幹理工)

max-min 時間発展方程式の解の複雑さは、時間経過とともに指数関数的に増大します。これを計算するのに Mathematica のような数式処理システムは便利で強力なツールですが、計算コストは膨大になります。そこで、C 言語を用いて計算コスト削減と計算速度上昇を試みました。

外部変数付き max 方程式と連立の max 方程式の初期値問題について

○保坂圭祐 (早大基幹理工)、高橋大輔 (早大基幹理工)

max 方程式に外部変数を加えた場合複雑度を多項式オーダーのまま維持し続けるものがあり、我々は今回そのような外部変数付き max 方程式を探索しその初期値解を求めた。また同様に連立 max 方程式を考えた時、複雑度が多項式オーダーを維持する方程式の探索と初期値解の探索も行った。

離散ハングリー戸田方程式を用いた逆固有値問題の解法

○上田 純也 (同志社大理工)、近藤 弘一 (同志社大理工)

I 型, II 型の離散ハングリー戸田方程式を用いて要素指定を含む逆固有値問題の解法について示す。

ヘッセンベルグ行列に関連するラックス方程式の時間発展について

阪本豪太郎 (同志社大理工)、新庄雅斗 (同志社大理工)

可積分系研究において有名な戸田方程式は 3 重対角行列に関連するラックス方程式で記述される。適切に離散化された離散戸田方程式は 3 重対角行列の固有値を保存量とする離散力学系となる。本講演では、ヘッセンベルグ行列が現れるラックス方程式の時間発展について解説する。

レイノルズ数を考慮した Burgers CA の振る舞い

○渡辺広太 (創価大工)、森田孝一 (創価大工)、石井良夫 (創価大工)

セルオートマトン (CA) は全変数が離散的な数理モデルであり、様々な分野に応用されている。本研究では、流体力学分野に応用し、レイノルズ数を考慮した Burgers 方程式の特性を CA で観察した。

超離散ハングリー戸田方程式による **min-plus** 代数上の固有値計算

○菅 雅文 (芝浦工大システム理工)、福田 亜希子 (芝浦工大システム理工)、渡邊 扇之介 (小山高専)

離散ハングリー戸田方程式を用いて非対称帯行列の固有値が求まるアルゴリズムが定式化されている。本発表では、超離散ハングリー戸田方程式を用いて、**min-plus** 代数における非対称帯行列の固有値が求められることを示す。

超離散戸田方程式による単因子計算アルゴリズム

小林克樹 (京大情報)

超離散戸田方程式の $(\min, +)$ 演算を (\gcd, \times) 演算に置き換えて得られる力学系が、二重対角整数行列の単因子、すなわち対応する整数行列の基本変形に対する不変量を計算するアルゴリズムであることを示す。

ソリトン方程式の **nonlocal reduction** と **delay reduction**

○常松愛加 (早大基幹理工)、田中悠太 (早大基幹理工)、丸野健一 (早大基幹理工)

最近、PT 対称性を持つ非線形波動の研究をきっかけに **nonlocal** なソリトン方程式の研究が活発になっている。また、遅延微分方程式の可積分性についての研究も最近行われつつある。講演では、連続および半離散ソリトン方程式に対して **nonlocal reduction** と **delay reduction** を適用することで **nonlocal** なソリトン方程式と遅延微分方程式を導出し、それらの厳密解や性質について報告する。

dLVs 系から導かれる“加速型”箱玉系について

○関口 真基 (東京都立荻窪高)、岡 来美 (京府大生命環境)、岩崎 雅史 (京府大生命環境)、石渡 恵美子 (東京理科大学)

シフトパラメータを含めた離散ロトカ・ボルテラ (dLVs) 系に対する超離散版から導かれる、玉の動きが加速されたような箱玉系について報告する。また、“加速型”箱玉系の一般化についても触れ、その逆超離散版として得られるタイムラグ付き dLVs 系についても紹介する。

Totally nonnegative な **Laurent-Jacobi** 行列の逆固有値問題の解法について

○赤岩 香苗 (京産大情報理工)、前田 一貴 (福知山公立大)

著者らは最近、**Laurent-Jacobi** 行列と呼ばれるジグザグ構造をもつ 5 重対角行列の逆固有値問題に対して、直交多項式を用いた解法を提案している。本講演では、提案法によって作成される **Laurent-Jacobi** 行列が「すべての小行列式が非負」である **totally nonnegative** 行列となるための条件について示す。

超離散パーマメントがある超離散 2 次元戸田方程式を満たすことの組合せ論的証明

中田 庸一 (東大アイソトープ総合センター)

昨年 RIMS 研究集会において長井が発表した、ある超離散 2 次元戸田方程式が分子解として超離散パーマメント解を持つことについて、組合せ論的な別証明を与えられることを示す。