

非線形波動研究の新たな展開 — 現象とモデル化 —

2010 年 10 月 28 日 (木) ~ 10 月 30 日 (土)

講演の概要

10 月 28 日 (木)

村田実貴生 (青山学院大学)

“微分方程式の系統立った離散化の方法”

微分系の離散類似を構成する系統立った手法を提出する．その手法は 1 階の微分方程式に適用でき，形式的な線形化の後に，指数関数に対してパデ近似に似た有理関数への近似を行うものである．更に，偏微分方程式についてもこの手法を用いた離散化を試みる．また，超離散化の可能性についても言及する．

辻本諭 (京都大学)

“例外型古典直交多項式に付随する固有値問題”

Sturm-Liouville 方程式の多項式解と例外型古典直交多項式の関係について，ダルブー変換を用いることで解説を与える．さらに，Jacobi 多項式と Askey-Wilson 多項式を例にとり，bi-spectrality など古典性との関係について議論する．

神吉雅崇 (東京大学)

“負の数を値に含む箱玉系の周期境界化と保存量の構成”

箱玉系において形式的に玉の数として負の整数値を与えるとき，negative soliton と呼ばれるソリトン現象がみられる．本講演ではある変換により，この系に通常箱玉系と似た手続きで周期境界条件を課すことができることを示す．また，箱容量が大きい場合にも有効である保存量の組の構成方法を紹介する．

[特別講演] Ralph Willox (東京大学)

“自然現象の離散・超離散系によるモデル化”

可積分系という分野が生み出した概念やテクニックに基づき，一般の数値モデルにも適用できる離散化・超離散化手法による数値的アプローチを紹介する．この新しいアプローチを個体群生態学におけるロジスティック式や SIR のような有名な感染症数値モデルを用いて説明し，新しい現象を示す捕食者・被食者モデルに適用する．

三村尚之 (青山学院大)，磯島伸 (青山学院大)，村田実貴生 (青山学院大)，薩摩順吉 (青山学院大)，A. Ramani (Ecole Polytechnique)，B. Grammaticos (Universites Paris VII-Paris XI-CNRS)

“超離散特異点閉じ込めテストと方程式の可積分性について”

我々は，超離散方程式の可積分性判定法として超離散特異点閉じ込めテストを提案した．本講演ではこのテストを様々な方程式に適用し，その結果を方程式の解の構造から説明する．

Jarmo Hietarinta (University of Turku)

“Hirota’s method and the three-soliton condition for difference equations”

Integrable PDEs are characterized by many interesting properties, one of which is the existence of multi-soliton solutions. The construction of these solutions is particularly simple using Hirota-sensei’s direct method. It turns out that although many equations have one and even two-soliton solutions, the existence of three-soliton solutions is in practice equivalent to integrability. This provides a method for searching for integrable equations. We briefly review the situation in the continuum case and then present some results in the discrete case.

野邊厚（千葉大学）

“The group law on the tropical Hesse pencil”

楕円曲線の標準形のひとつである Hesse の 3 次曲線をトロピカル化すると種数 1 のトロピカル曲線を得る。本講演では、レベル 3 テータ関数の超離散化を用いて、このトロピカル曲線の加法公式を与えその群構造について議論する。

津田照久（九州大学）

“UC 階層とモノドロミー保存変形，超幾何函数”

シュレジンジャー系とは、リーマン球面上に $N+3$ 個の確定特異点を持つ L 連立 1 階線形常微分方程式のモノドロミー族を記述する非線形方程式系です。ここでは、線形方程式が『 $N+3$ 個の特異点のうち $N+1$ 点の近傍で $L-1$ 次元分の正則解を持つ』特別な状況を考えます。対応するシュレジンジャー系は、UC 階層 (= KP 階層の拡張) という無限可積分系の相似簡約として自然に現れるものであり、例えば $(L, N) = (2, 1)$ の場合としてパンルヴェ第 6 方程式、 $L=2, N$: 一般の場合にガルニエ系を含むような興味深いクラスを与えます。講演では、UC 階層についての簡単な復習から始めて、モノドロミー保存変形方程式の導出とその多項式ハミルトン系としての統一的表示や (捻れドラム理論に基づく) 超幾何函数解の構成などを紹介します。

10月29日(金)

安藤央（九州大学）

“離散冪函数と Painlevé VI 方程式との関係”

まずは正則函数の離散化に関する離散関数の正則性や埋め込みの条件などを説明し、離散冪函数の定義と妥当性の説明をします。そしてその離散冪函数と Painlevé VI 方程式の関係に関する計算の概略を紹介します。

増田哲（青山学院大学）

“離散冪函数の明示公式”

Bobenko, Pinkall らによって定義された離散冪函数に対し、Painlevé VI 方程式の超幾何タウ函数による明示公式を与える。また、定義域を「離散 Riemann 面」に自然に拡張できることについて言及する。

[特別講演] 松浦望（福岡大学）

“曲線と曲面の差分幾何”

差分幾何は、離散可積分系と微分幾何をつなぐものとして、15 年ほど前から徐々に発展してきた学問領域である。この講演では、いくつかの例を詳しく取り上げながら差分幾何の発展の過程を概観したあと、目下進展中の話題について述べ、今後の研究課題について検討する。

井ノ口順一（山形大学）、梶原健司（九州大学）、松浦望（福岡大学）、太田泰広（神戸大学）

“semi-discrete modified KdV 方程式の解と平面離散曲線の連続的運動”

2004 年に Hoffmann-Kutz によって提出された semi-discrete modified KdV 方程式で記述される平面離散曲線の運動について考察する。方程式の 函数を調べて Maxwell-Bloch 方程式の 函数と類似の構造を持つことを示し、 函数による曲線の明示公式を与える。特別講演で述べられる予定の離散曲線の運動からの極限、および、よく知られた連続曲線の運動への連続極限も議論する。

吉田春夫（国立天文台）

“超可積分な -2 次の同次式ポテンシャル系”

同次式ポテンシャル系が超可積分となるための必要条件が Maciejewski et al.(2008) によって得られた。この必要条件は同次式ポテンシャルの次数 k が $+2$ 及び -2 のとき特別な形をとる。本講演ではこの必要条件を特殊な方法で満足する、 -2 次の同次式ポテンシャルの系列について議論する。この系列は 3 粒子 Calogero-Moser 系を一般化したもので、実際に超可積分であることが示される。

土田隆之（岡山光量子科学研究所）

“Lax 対とは何か？ - 新しい可積分系を生成する方法 -

非線形シュレーディンガー方程式系を例にとり，Lax 対の意味について述べる．これにより，Lax 表示を持つような可積分系は，Miura 変換でつながったパートナーを持つことがわかる．Lax 対から定義される逆 Miura 変換を適用することで，既知の可積分系から新しい可積分系を生成することができる．

広田良吾（早稲田大学名誉教授）

“Soliton equations generated by the Bäcklund transformation of the discrete KP equation”

特別な形の双線形 Bäcklund 変換式は変数変換によってソリトン方程式に書き換えられることは良く知られている．ここでは一般的な discrete KP 方程式の Bäcklund 変換式を考え，この式を連立非線形差分方程式に変換する一般的方法を解説する．

[特別講演] 増田章（九州大学応用力学研究所附属東アジア海洋大気環境研究センター）

“渦度の話 - その変化の仕組みと渦度力 - ”

渦度方程式によれば「渦度は渦線の傾きと渦線の伸縮で変わる」と解釈するのが普通であろう．ここでは「渦度力による捻りが渦度を変える」という考えを提案し，この考えを基礎づける．そのほか，傾圧性の意味など渦度に関わるやや紛らわしい（かもしれない）話題をとりあげ分かり易くお話できればと考えている．

10月30日（土）

小熊和仁（東京大学），宇治野 秀晃（群馬工業高専），矢嶋徹（宇都宮大学）

“スロースタート効果を取り入れた超離散最適速度模型と基本図”

高橋・松木平による最適速度模型の超離散化の結果を利用して，最適速度模型にスロースタート効果を組み込むことができることを示す．スロースタート効果を取り入れた超離散最適速度模型に対して数値的に求めた基本図を，この模型の定常解と周期解を用いて説明できることを示す．

今村卓史（東京大学）

“ASEP におけるカレント分布：双対性からのアプローチ”

非対称排他過程 (ASEP) において，カレント分布の厳密解が最近活発に研究されている．その際に重要となるのがカレントモーメントの積分表示である．本講演では，ASEP における双対性を用いて，与えられた初期配置におけるカレントモーメントを議論する．いくつかの具体的な初期配置においてその積分表示を導出する．

高橋大輔（早稲田大学），松木平純太（龍谷大学），原弘明（早稲田大学）

“デジタル粒子モデルの漸近挙動について”

有限近傍の 2 進セルオートマトンのうち粒子数保存の多粒子系に解釈できるものをリストアップし，解の漸近挙動や相転移現象などについてマックスプラス表現によって解析を行った．

[特別講演] 福本康秀（九州大学大学院 数理学研究院）

“楕円回転流の弱非線形安定性のためのオイラー・ラグランジュ混合法”

定常剛体回転流は軸対称性と並進対称性のおかげで中立安定であるが，対称性を破る摂動を加えると不安定化する．楕円形にひずんだ流線をもつ回転流の線形不安定性は縮退する 2 個の Kelvin 波のパラメータ共鳴として普遍的にとらえることができる．これらは，ハミルトニアン Hopf（あるいはピッチフォーク）分岐を起こして新たな状態に移行するが，非線形段階を記述する数学的道具が欠如している；通常のエイラー的記述の枠組みでは波の非線形相互作用によって誘起される平均流ですら直接求められない．最近，われわれは，ラグランジュ的記述によって平均流を系統的に進める糸口を見つけた．従来のオイラー的扱いの不備を指摘し，弱非線形振幅方程式の係数をすべて決定する方法を紹介する．

竹村剛一 (中央大学)

“Integral transformation of Heun’s equation and some applications

ホインの微分方程式は、四点に確定特異点をもつ二階常微分方程式の標準形である。これは、パラメーターが整数性をみたすときに高階定常 KdV 方程式と関連し、別の側面からパウルベ方程式とも関係している。本講演では、ホインの微分方程式における積分変換について論じ、特別な解の積分表示や性質を導出する。

磯島伸 (青山学院大), 今野智之, 三村尚之 (青山学院大), 村田実貴生 (青山学院大), 薩摩順吉 (青山学院大)

“符号付き超離散パウルヴェII 型方程式とその特殊解の系列について”

符号変数付き超離散化の手法を用いて差分パウルヴェII 型方程式の超離散類似を与える。さらにパウルヴェII 型方程式の特殊関数解の系列に対応する、超離散系の厳密解の系列を構成する。

鈴木貴雄 (神戸大学), 宮本将臣 (神戸大学)

“ $A_{2n+1}^{(1)}$ 対称性を持つ結合型パウルヴェVI 系の ${}_{n+1}F_n$ 超幾何関数解

現在までにパウルヴェVI 方程式の高階化がいくつか提出されている。その中で、 $A_{2n+1}^{(1)}$ 型アフィン・ワイル群対称性を持つものについては、一般超幾何関数 ${}_{n+1}F_n$ で記述される特殊解を持つことが最近の研究で明らかになった。この結果の詳細を報告することが本講演の目的である。

ポスターセッション

1. 峯村匠 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“生産ラインにおけるロット数変化による生産効率の改善”

生産ラインにおける最適ロット計算の手法は経営工学的なアプローチで提案されているが、実際の生産現場で必ずしも最適なロットを計算することができていない。本研究では、生産工場をモデル化し、ASEP を用いてのシミュレーションと理論解析を行うことで、工学的な立場から生産効率を上げることのできるロット数を考えてみる。

2. 長井秀友 (早稲田大学), 高橋大輔 (早稲田大学)

“ある行列式の超離散化について”

超離散化可能な、ある形式の行列式を紹介する。特に本発表ではこれを超離散パーマメント形式で与えることで、離散・超離散系での対応をみる。

3. 野村宗広 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“交差点部における信号機の最適オペレーションおよびドライバーの最適行動”

交差点合流部における混雑の解消策を信号機のオペレーションとドライバー行動の改善という2つのアプローチから、セルオートマトンを用いたコンピュータシミュレーションおよび理論解析によって明らかにした。

4. 赤岩香苗 (京都府立大学), 岩崎雅史 (京都府立大学)

“離散ロトカ・ボルテラ系に関連する拡張型フィボナッチ列について”

本講演では、離散ロトカ・ボルテラ (dLV) 系に拡張型フィボナッチ列を保存する数理論構造が含まれることを説明する。また、dLV 変数の1つは、 $n \rightarrow \infty$ のとき、差分間隔 δ を係数に含む代数方程式の実数解に一致することを報告する。

5. 福田亜希子 (東京理科大学), 濱洋輔 (東京理科大学), 山本有作 (神戸大学), 岩崎雅史 (京都府立大学), 石渡恵美子 (東京理科大学), 中村佳正 (京都大学)

“LR flow から導かれる離散ハングリー系のベックルト変換”

離散ハングリー戸田方程式および和型と積型の離散ハングリーロトカ・ボルテラ系は離散可積分系として知られている。これらを LR 変換と関連付けることによって、3 種類の間が存在する Bäcklund 変換を導出する。

6. 増田匠 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“粉粒体モデルによる密集状態シミュレーション”

粉粒体とは固体粒子の集合であり, その集団としての性質は非常に複雑である. また, 動的な挙動は群集の密集状態の運動と関連している. 本研究では, 実験と数値計算を用いて, 群集運動と比較できるような粉粒体の運動を考察する.

7. 田中裕貴 (東京大学), 大塚一路 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“雑踏における歩行者の動きのモデル化について”

雑踏を歩く際には, 思うように進めずストレスが溜まるものである. 本研究では, 従来のセルオートマトンによるアプローチに加え, 雑踏のクラスター性に注目した歩行者のモデル化を行い, 両者を比較した.

8. 三木啓司 (京都大学)

“Cauchy 双直交多項式のスペクトル保存変形”

Cauchy 双直交多項式は, Degasperis-Procesi 方程式の逆散乱問題に付随する Padé 近似問題を解く際にあらわれる多項式列である. 本発表では, Cauchy 双直交多項式に対してスペクトル保存変形を導出し, そこから非線形な方程式系が導出できることを示す.

9. 江崎貴裕 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“群集運動におけるパーソナルスペースの獲得過程”

群集が狭い領域に整列した状態から一定のスペースに広がる時, 個々人がそれぞれのパーソナルスペースを獲得するまでには周りの他人との相互作用が大きな問題となる. 個人間の排斥ポテンシャルを駆動力とする新たな離散モデルを紹介する.

10. 上岡修平 (京都大学)

“Frobenius-Stickelberger-Thiele 連分数とグラフ上の径路の数え上げ”

Frobenius-Stickelberger-Thiele (FST) 連分数 (aka. Thiele 連分数) について, その組合せ論的な構造を明らかにする. FST 連分数は FST chain などの離散可積分系や, RII 有理関数などの直交関数と関連する多項式係数の連分数であるが, ここでは多点 Padé 近似との関連に着目する. 特に FST 連分数による多点 Padé 近似の逆問題が, とあるグラフ上の径路の数え上げにより組合せ論的に解くことができることをみる.

11. 吉武奈緒美 (京都府立大学), 岩崎雅史 (京都府立大学), 近藤弘一 (同志社大学)

“固有値分解のための超平面制約法に対する理論解析”

行列の固有値分解アルゴリズムとして, 超平面制約法が提案されている. 特異値分解用の超平面制約法に対しては解析が進んでいるが, 固有値分解用に対しては, 多くの部分が理論的に未解明である. 本発表では, 固有値分解用の超平面制約法に対して理論解析を行う.

12. 前田一貴 (京都大学), 辻本諭 (京都大学)

“各箱の容量が一般の運搬車付き箱玉系と有限格子上的超離散系”

箱容量 1 の箱玉系と超離散戸田分子方程式との対応関係が知られている. これを拡張し, 各箱の容量一般, 各時刻の運搬車容量一般の場合まで一般化した場合に対応する有限格子上的超離散方程式を提出する. また, この超離散方程式の逆超離散化によって得られる離散方程式について議論する.

13. 友枝明保 (明治大学), 柳澤大地 (東京大学), 今村卓史 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“人の反応の伝播速度と膨張波”

一列に並んでいる人々が前方の動きに反応して歩き始めるダイナミクスは, 波動における膨張波の伝播として捉えることができ, この伝播速度は渋滞現象に深く関わっている. 本講演では, この伝播速度に注目し, 実測実験と数理モデルによって検証したので, 報告する.

14. 辻英一 (九州大学), 渡辺慎介 (放送大学), 丸林賢次 (九州大学), 田中雅彦 (九州大学)

“水面孤立波の二次元的伝播に関する実験”

浅水孤立波の二次元伝播とその相互作用についての実験を現在行っており, その途中経過について発表する. 二つの造波機により生成される孤立波を相互作用させ, 理論が予測する共鳴相互作用との定性的比較を行う.

15. 柳澤大地 (東京大学), 西遼佑 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“人の交互退出の創発について”

群集が一人の人しか通過できない狭い出口から退出するとき, 二列に並んでいると交互に出口を通過することによって素早く脱出できる. 本研究では, モデルからこの交互退出のメカニズムを調べると共に, その創発方法についても考察する.

16. 江口隆大 (東京大学), 西成活裕 (東京大学)

“浮遊液滴内 Marangoni 対流の解析”

無容器凝固プロセスや非接触物性測定のための基礎研究として, 無重力空間において表面張力の不均一性から生じる Marangoni 対流について, 流体力学の理論を用いて安定性解析を行った. また, 実験との比較を行い, 液滴の自由振動の影響について考察した.

17. 高垣知哲 (京都大学)

“超離散戸田方程式の解のグラフによる構成”

離散戸田方程式の半無限格子上の解はグラフにより構成することができる. その解に超離散化のような操作を施すことによって, 超離散戸田方程式の解もまたグラフにより構成できることを示す.

18. 難波寛 (立教大学), 筧三郎 (立教大学)

“Max-plus 再帰方程式の逆超離散化”

クヌースの5周期再帰方程式は, 超離散化されても周期性を保ち, かつ軌道が多角形上にある. ここでは, 多角形を先に与え, その上を動く再帰 max-plus 方程式を作り, 逆超離散化しても周期性は保たれるのかを調べていく.