ISSN 1345-3378

日本応用数理学会
2009年度年会
講演予稿集

会場: 大阪大学 豊中キャンパス
会期: 2009年 9月 28日 (月) ～ 30日 (水)

日本応用数理学会

全体プログラム

2009.09.28(月)

	会場 A (C201)	会場 B (C203)	会場 C (C205)	会場 D (C207)	会場 E (C208)	会場 F (C101)
09:00 - 10:20	ペタスケール環境を目指す数値計算ライブラリと自動チューニング技術	数理ファイナンス	量子力学, 量子計算	特異性を持つ連続体力学	線形代数計算	
10:30 - 11:50			幾何計算			
13:00 - 14:00	総合講演「日本経済の展望と経済政策 (仮題)」柿本 寿明, 会場 G (文 302)					
14:10 - 15:30	科学技術計算と数値解析	数理的技法による情報セキュリティ	離散システム	逆問題解析	線形代数計算	モデリング, パターン形成
15:40 - 17:20			最適化, データ構造		電磁気学	

2009.09.29(火)

	会場 A (C201)	会場 B (C203)	会場 C (C205)	会場 D (C207)	会場 E (C208)	会場 F (C101)
09:00 - 10:20	行列・固有値問題の解法とその応用	折紙工学	流体計算	応用可積分系	確率・暗号	
10:30 - 11:50						
13:00 - 13:20	表彰式 … 会場 G (文 302)					
13:30 - 14:30	総合講演「固体材料におけるモデリングとシミュレーション」尾方 成信, 会場 G (文 302)					
14:40 - 15:20	総合講演「日本応用数理学会の海外学術交流 – ICIAM 参加のおすすめ」三井 斌友, 会場 G (文 302)					
15:40 - 17:00	行列・固有値問題の解法とその応用	変換, 展開, 基本計算	離散系, 力学系	応用可積分系	メッシュ生成	情報処理

… 懇親会 18:00〜 (福利センター 4 階 食堂)

2009.09.30(水)

	会場 A (C201)	会場 B (C203)	会場 C (C205)	会場 D (C207)	会場 E (C208)	会場 F (C101)
09:00 - 10:20	行列・固有値問題の解法とその応用	数理設計	数理医学	数理政治学	微分方程式, 微分計算	
10:30 - 11:50	計算の品質		不安定性を通して見たパターンダイナミクス	ウェーブレット		
13:00 - 14:00	総合講演「グレブナー基底の 50 年」日比 孝之, 会場 G (文 302)					
14:10 - 15:30	計算の品質	数論アルゴリズムとその応用	応用カオス	ウェーブレット	微分方程式, 微分計算	
15:40 - 17:00						

C6

10:30 一般講演: 流体計算 (2)

C6-1: 極冠領域内における孤立渦，谷口 由紀 (明治大学), 北内 英章 (理化学研究所), 山田 道夫 (京都大学)　20 分　p.219

C6-2: 有限要素法による流体中の物体の形状決定問題，野島 和也 †(中央大学), 川原 睦人 (中央大学)　20 分　p.221

C6-3: 産廃を含む地層中の流れの数値計算 –デジタルカラーと有限差分法–，吉井 孝子 (千葉大学), 増田 潤一 †(荏原製作所), 北原 清志 (工学院大学), 腰越 秀之 (千葉大学)　20 分　p.223

C6-4: 3 次元球周りの流れの数値シミュレーションと応用-デジタル画像と有限差分法-，木村 武洋 †(千葉大学), 増田 潤一 †(荏原製作所), 腰越 秀之 (千葉大学)　20 分　p.225

11:50

C7

15:40 一般講演: 離散系，力学系

C7-1: STDP 学習則により得られるシナプス強度分布の形成に関する一考察，吉原 貴彦 †(東京工科大学), 黒川 弘章(東京工科大学)　20 分　p.227

C7-2: A New Class of Convex Games on σ-Algebras and the Optimal Partitioning of Measurable Spaces，佐柄 信純 (法政大学), Milan Vlach(Charles University)　20 分　p.229

C7-3: データマイニングを用いた熱電材料設計，陳 浩 †(東京大学), 陳 迎 (東京大学), 岩田 修一 (東京大学)　20 分　p.231

C7-4: 共振系狭帯域応答と低次元カオスの類似性 –不規則波中船体動揺解析への応用–，上野 公彦 (東京海洋大学), 樊 春明 (東京海洋大学)　20 分　p.233

17:00

会場 D (共通教育棟 C207 号室)

D5

9:00 オーガナイズドセッション: 応用可積分系 (1)

D5-1: 離散ハングリー可積分系に基づく固有値計算アルゴリズムの新たな展開，福田 亜希子 †(東京理科大学), 石渡 恵美子 (東京理科大学), 山本 有作 (名古屋大学), 岩崎 雅史 †(京都府立大学), 中村 佳正 (京都大学)　20 分　p.235

D5-2: 排除体積効果のある待ち行列について，有田 親史 †(九州大学)　20 分　p.237

D5-3: 排除体積効果を取り入れた待ち行列理論，柳澤 大地 (東京大学), 友枝 明保 †(明治大学，東京大学), 姜 鋭 (東京大学), 西成 活裕 (東京大学)　20 分　p.239

D5-4: 反応度関数を導入した Payne モデルの短波展開，友枝 明保 †(明治大学，東京大学), 社本 大輔 (東京大学), 西 遼佑 (東京大学), 大塚 一路 (東京大学), 西成 活裕 (東京大学)　20 分　p.241

10:20

D6

10:30 オーガナイズドセッション: 応用可積分系 (2)

D6-1: 超離散 hungry Lotka-Volterra 方程式の周期位相ソリトン解について，中村 伸也 †(早稲田大学), 高橋 大輔 (早稲田大学)　20 分　p.243

D6-2: 超離散ソリトン解から導かれる関係式について，長井 秀友 †(早稲田大学), 高橋 大輔 (早稲田大学)　20 分　p.245

D6-3: 超幾何関数で表される不変量をもつ Sakaki-Kakei 方程式の厳密解について，近藤 弘一 (同志社大学)　20 分　p.247

D6-4: Askey-Wilson 積分を用いた歪直交多項式の構成について，三木 啓司 †(京都大学), 辻本 諭 (京都大学)　20 分　p.249

11:50

D7

15:40 オーガナイズドセッション: 応用可積分系 (3)

D7-1: 周期写像を用いた高次保存量を持つ可積分方程式の生成，田中 宏典 †(龍谷大学), 津田 照久 (九州大学), 野邊 厚 (大阪大学), 松木平 淳太 (龍谷大学)　20 分　p.251

16:00

超離散 hungry Lotka-Volterra 方程式の周期位相ソリトン解について

Periodic phase soliton solution to ultradiscrete hungry Lotka-Volterra equation

中村　伸也, 高橋　大輔
早稲田大学大学院基幹理工学研究科
Shinya NAKAMURA, Daisuke TAKAHASHI
Graduate School of Fundamental Science and Engineering, Waseda University
*E-mail: s-nakamura@moegi.waseda.jp

キーワード：ソリトン、超離散
KeyWords: soliton, ultradiscrete

1　はじめに

ソリトンとは、数学や物理のさまざまな場面で見られる安定な孤立波であり、ソリトン同士の相互作用によって形状が変わらないという特徴を持つ。ソリトンに関する研究では、独立変数である空間変数、時間変数の離散化や、さらに従属変数まで離散化する超離散化という手法が用いられるが、超離散化で得られた方程式には従来のソリトン方程式ではありえなかった解が存在する。本稿では、周期位相ソリトン (Periodic Phase Soliton, PPS) という、超離散系で初めて見つかったソリトンに近い性質を持ちつつも形を変えながら伝播する波動について述べる。

2　周期位相ソリトン解

超離散 hungry Lotka-Volterra 方程式の双線形形式 [1]

$$f_{n+1}^m + f_n^{m+1} = \max(f_n^m + f_{n+1}^{m+1}, f_{n-M}^m + f_{n+M+1}^{m+1} - 1)$$

に対して発見された PPS 解について説明する。PPS は形状を変えながら伝播するソリトンともいうべき解であり、従来のソリトン解に周期関数による項を導入した形で表現され、その特別な場合 (周期関数が定数関数の場合など) としてソリトンを含んでいる。PPS 解は、[2] で導入された超離散系での行列を用いたソリトン解の表現方法である超離散パーマネントによって次のように表現される。

$$f_n^m = \frac{1}{2}\max[A_n^m]$$

$$A_n^m = \begin{bmatrix} r_1(m,n) & r_1(m,n-(M+1)) & \cdots & r_1(m,n-(M+1)(N-1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_N(m,n) & r_N(m,n-(M+1)) & \cdots & r_N(m,n-(M+1)(N-1)) \end{bmatrix}$$

$$r_i(m,n) = |\omega_i m - k_i n + c_i + p_i(n)| + p_i(n) \quad (i = 1, \cdots, N)$$

ここで c_i は任意定数で、$k_i, \omega_i, p_i(n)$ は次の条件を満たす。

$$\begin{aligned}
\omega_i &= Mk_i - 1 \\
p_i(n) &= p_i(n+M) \ (n \text{ について周期 } M) \\
k_i &\geq \frac{1}{M} \ (\Rightarrow \omega_i \geq 0) \\
k_i &\geq |p_i(n) - p_i(n+1)| \\
|k_i - k_j| &\geq |p_i(n) - p_i(n+1) - (p_j(n) - p_j(n+1))|
\end{aligned}$$

超離散パーマネントは、$N \times N$ 行列 $A = (a_{ij})$ に対して $\max[A]$ として次のように定義される。

$$\max[A] = \max_{\pi}\left(\sum_{i=1}^{N} a_{i\pi_i}\right)$$

3 今後の課題

超離散系には、従来のソリトン方程式には存在しない解が PPS 以外にも存在し、その表現についてはまだ研究途上である。それらと PPS を含むより一般的な解の表現について、また離散系まで含めて他に PPS と同様の解を持つ方程式が存在するのかについて今後研究していく必要がある。

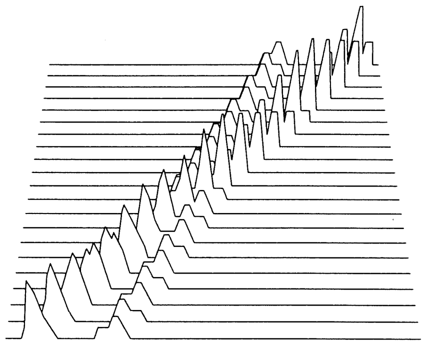

図 1: $M=2$ での 2 つの PPS の衝突

現状では、超離散パーマネントで与えられた解の表現が実際に方程式を満たしていることを証明する際に、細かな式評価を伴う複雑な方法が採られているが、連続系や離散系での行列式の恒等式を用いた証明法のような簡潔な方法が発見されれば超離散系の研究は大きく進展するであろう。

参考文献

[1] 中村 佳正: 可積分系の応用数理, 裳華房,2000.

[2] Daisuke Takahashi and Ryogo Hirota, "Ultradiscrete Soliton Solution of Permanent Type" JPSJ, vol76, No.10,2007.

[3] Kazuaki Narita, "Soliton Solution to Extended VolterraEquation", JPSJ, vol51, No.5, 1982.

超離散ソリトン解から導かれる関係式について

A relation derived from ultradiscrete soliton solutions

* 長井秀友，高橋大輔

早稲田大学大学院基幹理工学研究科

Hidetomo Nagai, Daisuke Takahashi

Graduate School of Fundamental Science and Engineering, Waseda University

*Email: n1a9g8a1i@toki.waseda.jp

キーワード：超離散，可積分，ソリトン，パーマネント，Plücker 関係式，KP 方程式
Keywords: ultradiscrete, integrable, soliton, permanent, Plücker relation, KP equation

1 はじめに

微分，離散ソリトン方程式は N-ソリトン解や無限個の保存量を持ち，「広田の方法」により双線形化が可能などの特徴を持つ．特に解表現の一つである行列式解とソリトン方程式は Plücker 関係式と呼ばれる恒等式で結ばれており，これによってソリトン方程式のヒエラルキーを統一的に見ることが可能となる [1]．離散 KP 方程式を例にとってみる．離散 KP 方程式は

$$\begin{aligned}&\tilde{a}_1(\tilde{a}_2-\tilde{a}_3)\tilde{\tau}(l+1,m,n)\tilde{\tau}(l,m+1,n+1)\\+&\tilde{a}_2(\tilde{a}_3-\tilde{a}_1)\tilde{\tau}(l,m+1,n)\tilde{\tau}(l+1,m,n+1)\\+&\tilde{a}_3(\tilde{a}_1-\tilde{a}_2)\tilde{\tau}(l,m,n+1)\tilde{\tau}(l+1,m+1,n)=0\end{aligned} \tag{1.1}$$

で表わされる．ソリトン解（ここでは 3 ソリトン解とする）は行列式を用いて

$$\tilde{\tau}(l,m,n)=\det[\tilde{\phi}_i(l,m,n,s+j-1)]_{1\le i,j\le 3} \tag{1.2}$$

で与えられる．ただし s は離散変数であり，$\tilde{\phi}_i(l,m,n,s)$ は

$$\tilde{\phi}_i(l,m,n,s)=\tilde{p}_i^s(1+\tilde{a}_1\tilde{p}_i)^l(1+\tilde{a}_2\tilde{p}_i)^m(1+\tilde{a}_3\tilde{p}_i)^n+\tilde{p}_i^{-s}(1+\tilde{a}_1/\tilde{p}_i)^l(1+\tilde{a}_2/\tilde{p}_i)^m(1+\tilde{a}_3/\tilde{p}_i)^n \tag{1.3}$$

とする．実際，(1.2) を (1.1) に代入し，計算を行うと最終的に次式が導かれる．

$$\begin{aligned}&\det[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_1}\ \boldsymbol{B_2}]\times\det[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_3}\ \boldsymbol{B_4}]\\-&\det[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_1}\ \boldsymbol{B_3}]\times\det[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_2}\ \boldsymbol{B_4}]\\+&\det[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_1}\ \boldsymbol{B_4}]\times\det[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_3}\ \boldsymbol{B_4}]=0.\end{aligned} \tag{1.4}$$

ここで $\boldsymbol{A_i}$, $\boldsymbol{B_i}$ は 3 次ベクトルとする．これは Plücker 関係式そのものであり任意の $\boldsymbol{A_i}$, $\boldsymbol{B_i}$ で成り立つ．

一方で超離散ソリトン方程式は離散ソリトン方程式を超離散化することによって得られる．解もまた離散ソリトン解を超離散化して求められるが，(1.2) のような行列式解は「負の問題」によって超離散化ができない．したがって従来は行列式解とは異なる形式の摂動形式解を超離散化することで求められていた．しかしながら最近の研究によって超離散ソリトン系における行列式解の対応物として超離散パーマネント（UP）と呼ばれる解が存在することが示された [2, 3]．本稿ではこの UP を用いることで上記の行列式解とソリトン方程式の対応を超離散系で再現することを試みる．

2 超離散 KP 方程式

超離散 KP 方程式は (1.1) を超離散化して与えられる．

$$\begin{aligned}&\tau(l,m+1,n)+\tau(l+1,m,n+1)\\&=\max\Big(\tau(l+1,m,n)+\tau(l,m+1,n+1)-a_1+a_2,\ \tau(l,m,n+1)+\tau(l+1,m+1,n)\Big).\end{aligned} \tag{2.1}$$

ここで $a_1>a_2>a_3\ge 0$ とする．また UP 形式での 3 ソリトン解を次で与える．

$$\tau(l,m,n)=\max[\phi_i(l,m,n,s+j-1)]_{1\le i,j\le 3}. \tag{2.2}$$

ただし $\max[a_{ij}]$ は UP であり，

$$\max[a_{ij}] = \max_{\pi_i}(a_{1\pi_1} + a_{2\pi_2} + \cdots + a_{N\pi_N}) \tag{2.3}$$

で定義する．ここで $(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_N)$ は N を自然数としたときの 1 から N までの任意の順列とする．また $\phi_i(l,m,n)$ は

$$\begin{aligned}\phi_i(l,m,n,s) = \max\Big(& p_i s + \max(0, p_i - a_1)l + \max(0, p_i - a_2)m + \max(0, p_i - a_3)n, \\ & - p_i s + \max(0, -p_i - a_1)l + \max(0, -p_i - a_2)m + \max(0, -p_i - a_3)n\Big).\end{aligned} \tag{2.4}$$

で与えられる．詳細は省くが離散系の場合と同様に，(2.2) を (2.1) に代入すると，次の関係式が導かれる．

$$\begin{aligned}&\max[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_1}\ \boldsymbol{B_3}] + \max[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_2}\ \boldsymbol{B_4}] \\ &\max\Big(\max[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_1}\ \boldsymbol{B_2}] + \max[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_3}\ \boldsymbol{B_4}], \\ &\max[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_1}\ \boldsymbol{B_4}] + \max[\boldsymbol{A_1}\ \boldsymbol{B_3}\ \boldsymbol{B_4}]\Big).\end{aligned} \tag{2.5}$$

ただし

$$\boldsymbol{A_1} = \begin{pmatrix} |y_1| \\ |y_2| \\ |y_3| \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{B_j} = \begin{pmatrix} |y_1 + jr_1| \\ |y_2 + jr_2| \\ |y_3 + jr_3| \end{pmatrix} \qquad (y_i, r_i \text{は任意実数}) \tag{2.6}$$

とする．なお Plücker 関係式 (1.4) とは異なり，(2.5) は UP の恒等式ではないために一般には成り立たない．3 次ベクトル $\boldsymbol{A_1}$, $\boldsymbol{B_j}$ に条件 (2.6) を与えた場合，成り立つことが示される．

以上の議論は一般の N ソリトン解についても同様に可能であり，(2.5) および (2.6) に対応して次の関係式が成り立つと予想される．

$$\begin{aligned}&\max[\boldsymbol{X_0}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_2}}}\ \ldots\ \boldsymbol{X_N}] + \max[\boldsymbol{X_0}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_1}}} \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_3}}}\ \ldots\ \boldsymbol{X_{N+1}}] \\ = \max\Big(&\max[\boldsymbol{X_0}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_3}}}\ \ldots\ \boldsymbol{X_N}] + \max[\boldsymbol{X_0} \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_1}}}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_2}}}\ \ldots\ \boldsymbol{X_{N+1}}], \\ &\max[\boldsymbol{X_0}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_2}}}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_3}}}\ \ldots\ \boldsymbol{X_{N+1}}] + \max[\boldsymbol{X_0}\ \ldots\ \widehat{\boldsymbol{X_{k_1}}}\ \ldots\ \boldsymbol{X_N}]\Big)\end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\boldsymbol{X_j} = \begin{pmatrix} |y_1 + jr_1| \\ |y_2 + jr_2| \\ \vdots \\ |y_N + jr_N| \end{pmatrix} \tag{2.8}$$

ただし $0 < k_1 < k_2 < k_3 < N+1$ とし，$\widehat{\boldsymbol{X_k}}$ は $(k+1)$ 番目の列を除くことを意味する．なお $N = 4$ までは (2.7) が成り立つことは確認されているが一般の N については現在調査中である．

参考文献

[1] 中村佳正編，可積分系の応用数理，裳華房 (2000)

[2] D. Takahashi, R. Hirota, Ultradiscrete Soliton Solution of Permanent Type, J. Phys. Soc. Japan **76** (2007) 104007–104012

[3] H. Nagai, A new expression of a soliton solution to the ultradiscrete Toda equation, J. Phys. A :Math. Theor. **41** (2008) 235204

[4] R. Hirota, M. Ito and F. Kako, Two-Dimensional Toda Lattice Equations, Progress of Theoretical Physics Supplement No. 94, pp. 42–58 (1988)