

# 「現象数理特論D」

## デジタル非線形方程式入門

### - 連続と離散の二重性 -

講師：高橋大輔 先生

早稲田大学 基幹理工学部  
応用数理学科



連續性を前提にする微積分学は、世の中を記述し解析する数学として大きな成功をおさめてきた。古典力学、電磁気学から量子力学、相対論に至るまで、微分方程式の形で問題を記述し、その解を調べることは現象の理解のための常套手段となっている。

一方で、連續性を前提にしない方程式はどうであろうか。たとえば数値計算における差分方程式は、微分方程式の近似解を計算する目的に使われることが多く、連續数学の補佐としての役割が主である。また、ライフゲームを代表とするセルオートマトンのような完全デジタル系は、ときには現象の本質をえぐり出す数学モデルとして有効であるが、微分方程式のように汎用の数学モデルとしては役不足であり、そもそも解を解析する数学的道具に乏しい。以上のように方程式の形で記述する数理モデルとして比べると、離散数学は連續数学よりもやや弱い立場に甘んじているように思える。

ところが、そのような認識をくつがえすような事実が可積分系の分野で次々と発見してきた。可積分系においては、可積分性というひとつの実体を離散方程式と連続方程式という異なった表現手段で表すことができ、離散数学は連續数学と等しく豊かな世界を提供しているのである。また、非可積分系に対しても応用例が生まれつつあり、離散数学を数理モデルの強力な道具として育てようという気運が高まっている。

そこで本講義では、時間発展方程式を中心にして上記の離散数学について例を交えながら紹介する。可積分系が最終的には主内容となるが、より一般的な話題についても半分程度の時間を割く予定である。また、内容の理解に必要な数学的事項を逐一説明し、基本的な微積分の知識さえあれば学部生にも理解できるようつとめる。

内容に関する主な項目を以下に挙げる。

- ・微分と差分
- ・保存量とハミルトン系
- ・離散写像の解軌道
- ・セルオートマトン
- ・超離散化・逆超離散化
- ・交通流とバーガーズ方程式
- ・ソリトン方程式と双線形形式
- ・箱玉系と超離散戸田方程式
- ・特異点閉じ込め、代数的エントロピー、リヤプノフ指標
- ・パターン形成系
- ・橢円曲線とトロビカル幾何学
- ・可解カオス

日時：

9月1日（月）	2～4限
9月2日（火）	2～4限
9月3日（水）	2～4限
9月4日（木）	2～4限

場所：6715教室